

O USO DE MANDALAS COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE SIMETRIAS.

Helaine Pereira da Silva

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Matemática em Rede Nacional, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Matemática, orientada pelo Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho.

Catálogo na fonte
Biblioteca Francisco Montojos - IFSP Campus São Paulo
Dados fornecidos pelo(a) autor(a)

s586u Silva, Helaine Pereira da
O uso de mandalas como estratégia para o ensino de simetrias. / Helaine Pereira da Silva. São Paulo: [s.n.], 2020.
77 f.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho

() - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, IFSP, 2020.

1. Etnomatemática. 2. Simetrias . 3. Mandalas. 4. Cultura Africana. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo II. Título.

CDD

HELAINÉ PEREIRA DA SILVA

O USO DE MANDALAS COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE SIMETRIAS.

Dissertação apresentada e aprovada em 31 de Agosto de 2020 como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

A banca examinadora foi composta pelos seguintes membros:

Prof. Dr. Henrique Marins de Carvalho
IFSP – Câmpus São Paulo
Orientador e Presidente da Banca

Prof. Dr. Emiliano Augusto Chagas
IFSP – Câmpus São Paulo
Membro da Banca

Prof. Me. Antonio Cesar Pinheiro
SMESP - Secretaria Municipal de Educação de São Paulo
Membro da Banca

*‘Mas em todas estas coisas somos mais que vencedores, por
meio daquele que nos amou...’*

Romanos 8:37

À toda a minha família, em especial, a minha filha

Maysa, por ser tão compreensiva e amável.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a minha família por ter me auxiliado e apoiado nos momentos de maior dificuldade;

A todos os professores que fizeram ou fazem parte da minha vida, em especial, aos colegas de trabalho que sempre me deram força para que eu pudesse finalizar esse trabalho;

Aos professores do Programa, pelas excelentes aulas e pelos momentos de grande aprendizado que proporcionaram à nossa turma;

Aos nobres colegas de curso que me acompanharam nessa trajetória, a realização e finalização deste grande desafio não seria possível sem vocês;

A Sociedade Brasileira de Matemática pela qualidade do curso oferecido.

Agradeço, ainda, ao professor Henrique Marins de Carvalho, por aceitar me orientar na elaboração deste trabalho, pela atenção e cuidado sempre dedicados não só a mim, mas a todos os colegas, pelo auxílio em todos os momentos, enfim pela Maestria com que exerce a docência.

Enfim, agradeço a Deus por me permitir essa oportunidade.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo oferecer aos professores e professoras de Matemática uma proposta de sequência de atividades utilizando Mandalas para estudar simetrias, direcionada ao 7º ano do Ensino Fundamental da Educação Básica. Embasados em princípios da Etnomatemática, apresentamos a importância das Mandalas para a cultura africana e propomos, no ambiente educacional, descobrir a Matemática “escondida” neste objeto, revisitando o desenvolvimento matemático elaborado pelo povo africano que muitas vezes parece inacessível pela presença de uma cultura hegemônica. Partindo das discussões suscitadas por essa pesquisa, indicamos a possibilidade de ensinar simetrias utilizando como estratégia a observação e construção de Mandalas, utilizando como recursos o software Geogebra e o desenho com régua e compasso.

Palavras-chave: Etnomatemática, Simetrias, Mandalas, Cultura africana.

The use of Mandalas as a strategy for teaching symmetries.

ABSTRACT

The presented work aims to offer Mathematics teachers a proposal for an activities sequence using Mandalas in order to study symmetries. It was chosen the 7th year from the established Education system. Based on several principles of Ethnomathematics we present the importance of Mandalas for African culture and propose it to be used into the educational environment, to discover the mathematics “hidden” in this object, revisiting the mathematical development elaborated by the African people that often seems inaccessible due to the presence of a hegemonic culture. Out of the discussions raised by this research, we indicate the possibility of teaching symmetries using Mandalas observation and construction as a pedagogical strategy, considering the use of Geogebra software and ruler and compass drawing as resources to come.

Keywords: Ethnomathematics, Symmetries, Mandalas, African Culture.

LISTA DE FIGURAS.

	Pág.
Figura 1 - Estampa em formato de Mandala.	
Fonte: <mandallaartevisual.com/2013/03/estampas-com-Mandalas.html>..	30
Figura 2 - Jogo de Búzios.	
Fonte: <jrmarques.com.br/atendimentos/jogo-de-buzios/>.....	31
Figura 3 - Oferenda ou Ebó.	
Fonte: <zeze-de-oxala-centro-africano.webnode.com/ofereandas-dos-orixas/>.....	32
Figura 4 -Oferenda/Ebó.	
Fonte: https://umbandaeucurto.com/materias/textos/ofereandas-e-entregas/>.....	32
Figura 5: Dança de Roda – Jongo.	
Fonte: <pdibirara.blogspot.com/2009/11/25-de-novembro-dia-do-samba-de-roda.htm>.....	33
Figura 6 – Capoeira.	
Fonte: <satyayoga.it/attivita/capoeira-angola>.....	33
Figura 7 - Catedral de Notre Dame.	
Fonte:<tempodeMandala.canalblog.com/archives/2015/03/15/31709135.html>.....	37
Figura 8 - Catedral de Lisboa.	
Fonte:<https://www.urbanarts.com.br/imagens/produtos/111865/0/Ampliada/catedral-de-lisboa.jpg>.....	37
Figura 9 - Primeira Mandala de Carl Jung – Psicanálise.	
Fonte: <tempodeMandala.canalblog.com/archives/2013/10/29/2831>.....	38
Figura 10 – Simetria construída no Geogebra.	
Fonte: Elaborado pelos autores.....	45
Figura 11 – Simetria de Reflexão encontrada na Natureza.	
Fonte: <fabianaeararte.blogspot.com/2012/01/simetria-e-assimetria.html>.	46
Figura 12 – Simetria de Reflexão e Eixo de Simetria construído no Geogebra.	
Fonte: Elaborada pelos autores.....	46
Figura 13 – Eixo de Simetria construído no Software Geogebra.	
Fonte: Elaborada pelos autores.....	47
Figura 14 – Simetria de Translação construída no Geogebra.	
Fonte: Elaborada pelos autores.....	47
Figura 15 - Simetria de Reflexão $\theta = 60^\circ$.	
Fonte:<aaa.lusoaloja.com/ISOMETRI/115.JPG>	48
Figura 16: Simetria de Translação $\theta = 72^\circ$.	
Fonte:<http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c3/Penrose_star_0.svg/120px-Penrose_star_0.svg.p>.....	48
Figura 17 - Simetria de Rotação construída no software Geogebra $\Theta = 60^\circ$.	
Fonte: Elaborada pelos autores.....	49
Figura 18 – Exercício da A. A. P. 9ª edição/2015- Simetria de Reflexão.	
Fonte:<https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2019/05/aap-9-edio_caderno-do-professor_mat_7-ano.pdf>.....	50

Figura 19 – Exercício da A. A. P. 9ª edição/2015. Simetria de Rotação.	
Fonte: < https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2019/05/aap-9-edio_caderno-do-professor_mat_7-ano.pdf >.....	50
Figura 20 - Mandala Colorida e com figuras geométricas.	
Fonte: < https://todamateria.com.br/Mandala/ >.....	76
Figura 21 - Mandala Asteca.	
Fonte:< https://pt.dreamstime.com/foto-de-stock-royalty-free-Mandala-asteca-image32121705 >.....	76
Figura 22 – Mandala de Linha.	
Fonte:< https://milaMandalas.com/2019/05/05/o-que-sao-Mandalas-de-linhas/ >.....	77
Figura 23 – Mandala Floral.	
Fonte: < https://br.freepik.com/vetores-premium/padrao-de-Mandala-complexa_3775471.htm >.....	77

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO.....	19
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
3 O PAPEL DAS MANDALAS EM DIFERENTES CONTEXTOS.....	27
3.1. Exemplos de Mandala na cultura africana.....	27
3.2. Mandalas nas áreas do conhecimento.....	35
4 MANDALAS COMO TEMA PARA ENSINO DE SIMETRIAS.....	39
4.1. As Mandalas e a Geometria.....	39
4.2. Utilização das Simetrias para construir Mandalas no software Geogebra.....	52
4.3. Construção da Mandalas utilizando régua e compasso.....	58
4.4. Avaliação dos alunos.....	65
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	69
APÊNDICE – CONSTRUÇÕES DOS EXEMPLOS DE SIMETRIAS.....	71
ANEXO A – MANDALAS PARA EXPOR AOS ALUNOS.....	75

1 INTRODUÇÃO

O interesse na realização deste trabalho surgiu em razão da minha própria prática docente. Ao me deparar com o conceito de simetria percebi que os alunos até compreendiam o conceito momentaneamente, contudo ao questioná-los posteriormente não se recordavam das características de transformações que geravam figuras simétricas. Com o intuito de propor uma atividade diferente das já propostas no material da rede estadual de São Paulo, optei por explorar aspectos da Mandala.

Ao visualizar algumas Mandalas percebi que havia encontrado um material riquíssimo, a respeito do qual várias discussões podem ser feitas, especialmente no campo da Geometria, entre elas as simetrias. As Mandalas possibilitam perceber as simetrias tanto no processo de observação, quanto em sua construção e a noção de simetria é essencial para construí-las ou contemplá-las. Sendo assim, nesse trabalho iremos apresentar de uma maneira sistematizada algumas das propostas que elaborei no decorrer da minha prática.

Durante a elaboração desta pesquisa nossa intenção principal será responder à questão: *Como desenvolver habilidades relacionadas ao objeto de aprendizagem simetrias, constantes da BNCC, usando Mandalas?* Para isso traçamos, como objetivo principal, construir uma sequência de atividades versando sobre o ensino de Simetrias para o 7º ano do Ensino Fundamental com a utilização de Mandalas como tema da estratégia de ensino e, para auxiliar na resposta da questão elaboramos os seguintes objetivos específicos tratando do panorama acerca das Mandalas e do ensino de simetrias:

- Identificar Mandalas na cultura afro-brasileira, mostrando os diferentes significados atribuídos a este objeto.
- Caracterizar a Mandala como um objeto cujo estudo é possível de ser feito por abordagens de diferentes áreas do conhecimento.
- Identificar trabalhos que mostrem possibilidades para a inserção das Mandalas como um tema gerador em propostas de aprendizagem.

É fato que nas redes públicas e particulares de ensino brasileiras, o ensino de Matemática está pautado em documentos oficiais, que tem como objetivo organizar de maneira sistemática os conteúdos que serão ensinados, adequando-os a uma

sequência lógica. Pensando nisso, vamos nos atentar e seguir como parâmetro a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que orienta e embasa os Currículos oficiais de qualquer sistema de educação em todos os Estados da federação.

O ensino de Geometria é descrito na BNCC como unidade temática no componente curricular Matemática desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental até o último ano do Ensino Médio da Educação Básica, com níveis de dificuldade e abordagens distintas, contudo mantendo uma recorrente intenção de não ficar atrelada apenas à reprodução de cálculos e fórmulas, mas sim como um instrumento de raciocínio, transformação, comparação, equivalência; enfim, a Geometria deve ser vista como ferramenta de percepção e problematização do mundo a nossa volta.

Apesar de a Matemática ser, por excelência, uma ciência hipotético-dedutiva, porque suas demonstrações se apoiam sobre um sistema de axiomas e postulados, é de fundamental importância também considerar o papel heurístico das experimentações na aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 2018, p. 263)

Sendo assim, devemos considerar a Geometria como um conceito matemático de grande relevância no contexto escolar, pois nos permite ter uma visão tanto *hipotético-dedutiva* de uma teoria quanto *heurística* (relacionando-a a investigação e descoberta) na resolução de problemas, fato esse que corrobora para que mostremos novas estratégias para o ensino de conceitos geométricos com ferramentas diversas das já visitadas pelos alunos.

Outro fator relevante que nos leva à busca de recursos diversos se deve ao fato de que o ensino de Geometria e, por consequência, o de simetrias, tem sido desde muito tempo um grande desafio para os professores de Matemática. Apesar de não ser nosso intuito aqui aprofundar essa discussão, chamamos a atenção para dois fatores levantados por educadores relacionados à defasagem no ensino de Geometria: um deles está pautado na percepção da falta de formação docente adequada às demandas voltadas ao ensino de Geometria e outro está relacionado a diversidade de estratégias que levam a construção do conhecimento geométrico.

Alguns autores da Educação Matemática já discutiram os obstáculos que dificultam e, muitas vezes, impossibilitam o ensino da geometria, dentre os quais são destacados a formação deficitária de muitos docentes com relação aos conteúdos geométricos e às estratégias que podem ser utilizadas para

propiciar a construção do conhecimento geométrico pelo aluno.(VIEIRA; PAULO; ALLEVATO, 2013, p. 615)

Ou seja, ao propor uma sequência de atividades voltadas ao ensino de simetria, nosso intuito é propor ao professor um material onde ele poderá pautar sua aula, como mediador, propiciando ao aluno uma maneira diferente, menos ortodoxa, de perceber o conceito de simetrias.

Nesse contexto, a escolha do tema Mandala deve-se à sua importância como objeto histórico e cultural de diversos povos, a partir do qual podem ser estudados, dentre outros conceitos, os de Geometria. Ao conhecer este objeto, é indiscutível o reconhecimento de uma grande quantidade de tópicos geométricos que podemos relacionar à sua construção ou observação. Nesse aspecto, concordamos com Yamada em sua sugestão para a construção de metodologias e abordagens para o ensino.

[...] para que a aprendizagem da geometria ocorra efetivamente, um dos maiores desafios dos docentes dessa disciplina é elaborar metodologias e utilizar abordagens diferentes das convencionais, a fim de estimular o estudo e a compreensão da representação gráfica. Deve-se levar em consideração como o conteúdo é percebido pelo aluno, utilizando o conhecimento matemático em outros contextos, construindo relações e tornando o aprendizado mais excitante à medida que é observado no cotidiano. (YAMADA, 2013, p. 3)

No intuito, ainda, de demonstrar as possibilidades para o uso das Mandalas, referenciamos os trabalhos de Wendland (2015), Souza, Quartieri e Marchi (2017), Sousa (2012), Ramos (2006) e Yamada (2013) que mostram diferentes intervenções com o uso das Mandalas como objeto de estudo. Estes trabalhos servirão, ainda, para verificar diferentes abordagens utilizando as Mandalas ora como objeto para o ensino, ora como objeto cultural.

Em relação a organização desta pesquisa, há em um primeiro momento um levantamento bibliográfico para que inicialmente possamos definir o objeto *Mandala*, mostrar suas características e sua relação com a cultura afro-brasileira. Além disso, a pesquisa descreve as potencialidades da Mandala como tema de estudo em diversas áreas do conhecimento.

Em seguida, realizamos uma leitura crítica da Base Nacional Comum Curricular do Ensino Fundamental II na disciplina de Matemática, uma vez que o documento

embasa os conceitos que devem ser estudados na educação básica. Esta etapa permite que se examinem os tópicos de Geometria que são possíveis de ser estudados a partir das Mandalas.

Posteriormente, propomos uma sequência de atividades tendo as Mandalas como tema gerador para ensinar simetrias para o 7º ano do Ensino Fundamental da Educação Básica, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular. Esta sequência de atividades foi desenvolvida tendo como leitor preferencial o professor de matemática. São organizados momentos para a observação e para a confecção de Mandalas e, para isso utilizamos, além de instrumentos de desenho geométrico usuais, o software de geometria dinâmica *Geogebra*.

Enfim, as considerações finais trazem as perspectivas para futuros trabalhos com sugestões de aplicação da sequência de atividades desenvolvida para professores de Educação Básica, bem como sugestões sobre outros conceitos geométricos, também presentes na BNCC, que podem ser ensinados tendo as Mandalas como tema gerador de um momento de aprendizagem.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Considerando a relação entre Geometria e Mandalas, como já mencionado, o trabalho está adequado à Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que determina, entre outras coisas, “o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018). Além disso, a proposta aqui apresentada atende a Lei nº 11.465/08, que inclui no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática “História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena” nas escolas públicas e privadas do ensino fundamental e médio.

Ou seja, os conceitos matemáticos selecionados e a sugestão da estratégia de ensino deste trabalho estão todos embasados em legislação vigente. Além disso, a BNCC reitera que cabe aos estabelecimentos de ensino a autonomia referente a como esses conceitos serão trabalhados, bem como a garantia de que esses conceitos sejam tratados de maneira a aproximar os conhecimentos científicos da realidade dos estudantes.

Por fim, cabe aos sistemas e redes de ensino, assim como às escolas, em suas respectivas esferas de autonomia e competência, incorporar os currículos e às propostas pedagógicas a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida humana em escala local, regional e global, preferencialmente de forma transversal e integradora. Entre esses temas, destacam-se...educação das relações étnico-raciais e ensino de história e cultura afro-brasileira, africana e indígena (BRASIL, 2018, p. 19)

Levando-se em consideração, ainda, a BNCC e o fato de que nosso trabalho prevê um momento para a construção de Mandalas, utilizaremos o software Geogebra como recurso tecnológico, pois segundo a BNCC, a Educação Básica deve estar pautada em um conjunto de 10 competências básicas, entre elas destacamos a competência 5 que trata de:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 09).

Ou seja, através do desenvolvimento da sequência proposta por nosso trabalho, tentaremos promover por meio do software Geogebra a utilização da

tecnologia como recurso facilitador na resolução de um problema que, neste caso, reflete a construção de Mandalas, sempre fazendo uso da curiosidade e da investigação como recurso para promover a autonomia e a autoria citadas acima.

Como referencial teórico, o trabalho está pautado nos preceitos da Etnomatemática defendida por Paulus Gerdes, que trata da relevância e importância dos povos colonizados e de origem não europeias na construção do conhecimento matemático, buscando remontar elementos que sobreviveram ao tempo e a falta de deferência dos povos ditos “dominantes”.

‘Etnomatemáticos’ tentam contribuir para o conhecimento das realizações matemáticas dos povos outrora colonizados. Procuram elementos culturais, que sobreviveram ao colonialismo e na base dos quais se encontram, entre outras, ideias matemáticas. Tentam reconstruir estes pensamentos matemáticos. (GERDES, 2012, p. 52).

Gerdes (2012) chama a atenção para o conceito que ele chama de “*descobrir a geometria escondida*”, chamando a atenção para a geometria que é desenvolvida de maneira informal, ou seja, que os povos acabam desenvolvendo pela necessidade sem uma abordagem acadêmica. Para Gerdes, existe matemática “*escondida ou congelada*” em muitas atividades do cotidiano dos povos e que nas culturas colonizadas, muitas vezes, essas descobertas foram relegadas pelos povos dominantes.

Dentre os povos não europeus, Gerdes focou suas pesquisas nos originários de países africanos, tendo realizado diversos estudos centrados na desmitificação de que só a Matemática europeia serve à escolarização, indo ao encontro de um movimento chamado decolonização, onde há a intenção de promover, segundo Reis e Andrade (2018), o conhecimento dos povos africanos em relação a sua “*consciência política*” e sua “*autonomia sociocultural*”.

O pensamento decolonial objetiva problematizar a manutenção das condições colonizadas da epistemologia, buscando a emancipação absoluta de todos os tipos de opressão e dominação, ao articular interdisciplinarmente cultura, política e economia de maneira a construir um campo totalmente inovador de pensamento que privilegie os elementos epistêmicos locais em detrimento dos legados impostos pela situação colonial. (REIS; ANDRADE, 2018, p. 3)

Ao utilizar Mandalas como recurso para ensinar Simetrias, este trabalho nos dá a oportunidade de, mesmo que de maneira indireta, discutir esses aspectos que

são intrínsecos à construção de uma sociedade e sua cultura, perspectivas que raramente são abordados nas aulas de Matemática.

Várias das características que serão abordadas tem forte relação com manifestações culturais que são essencialmente visuais, assim utilizaremos os referenciais da Matemática Visual, defendida por Jo Boaler, que trata da maneira visual de se compreender Matemática, ou seja, Boaler leva em consideração que os conceitos matemáticos devem ser representados figurativamente, pois segundo suas pesquisas na área de neurociência, uma parte importante do cérebro é ativada quando observamos matemática em linguagem visual, o que nos faz compreender os conceitos envolvidos.

Para Jo Boaler (2016), os recursos visuais muito utilizados nas séries iniciais, quando a criança está tendo seus primeiros contatos com a Matemática Escolar, não deveriam ser abandonados mais tarde quando tratamos de conceitos mais abstratos, pois assim conseguimos construir um processo interativo entre o processo visual e o processo simbólico. Contudo, o que vemos nas escolas é um processo inverso, ou seja, tanto professores quanto alunos ditos 'mais avançados' insistem em acreditar que os recursos visuais são destinados às crianças menores ou com dificuldades de aprendizagem

Professor e aluno em questão refletem o que é uma crença comum em educação – a de que a matemática visual serve só ao nível elementar, para aqueles com dificuldades ou mais jovens. E que o trabalho com recursos visuais deve ser só uma introdução para uma matemática mais avançada ou abstrata. (BOALER, 2016, p. 01).

Neste contexto e sobre essas duas perspectivas, no desenvolvimento deste trabalho utilizaremos a Mandala como recurso visual para a aprendizagem de tópicos de Geometria, em especial os relacionados a simetrias, investigando as características deste elemento produzido por culturas não europeias.

3. O PAPEL DAS MANDALAS EM DIFERENTES CONTEXTOS

Seria difícil tomar uma definição única para a palavra Mandala, pois de acordo com a cultura ou com sua aplicabilidade, as Mandalas têm significado modificado, ou seja, elas estão atreladas as mais variadas utilidades, objeto para meditação na psicologia, objeto de contemplação em algumas religiões, recurso utilizado para rituais de cura em algumas tribos indígenas e até mesmo item decorativo em estampas de tecidos africanos. Vamos, portanto, tentar tomar a definição mais abrangente e generalizada possível, nesse sentido nos atemos a definição defendida por Yamada (2013):

A palavra “Mandala” significa “círculo” em sânscrito, e em muitas religiões orientais, tais como no budismo e no hinduísmo, acredita-se que seja um instrumento de contemplação, ajudando na concentração, isolamento e orientação ... estão presentes na arte rupestre, no símbolo chinês do Yin e Yang (equilíbrio), nas rosáceas presentes na arquitetura oriental e ocidental, nas danças circulares e na arte sacra. (YAMADA, 2013, p. 4)

Ou seja, para o autor, o objeto Mandala está relacionado a uma disposição de figuras em formato circular, possuindo significados distintos de acordo com a realidade onde está inserida, contudo percebemos que há uma relação comum entre todas essas realidades, a observação no sentido de admiração ou apreciação.

3.1. Exemplos de Mandala na cultura africana.

Apesar da Mandala estar inserida em uma grande diversidade de culturas, vamos nos ater à Mandala de origem africana, devido ao fato de se tratar de uma cultura que, ainda nos dias de hoje, é relegada pelas culturas dominantes, além disso, falar dos povos africanos é falar também de uma cultura que nos pertence por herança; enfim, não se trata apenas de uma escolha baseada em uma exigência legal dos estabelecimentos de ensino brasileiros (lei nº 11.645/08), mas também de uma escolha pessoal.

Poucas são as referências que tratam da Mandala de origem africana e a grande maioria delas está relacionada a adereços e elementos decorativos utilizados atualmente, como tecidos com estampas étnicas, brincos etc. Contudo é possível que muito dessa história tenha se perdido.

Traçando um paralelo ao pensamento defendido por Gerdes (2012), é possível que muitas das referências envolvidas com a Mandala africana tenham desaparecido

durante os períodos de colonização e exploração dos povos dominantes europeus. Nos alinhamos aqui ao movimento de decolonização, defendido por muitos autores da atualidade que tratam da história e cultura desses países ditos de “*terceiro mundo*”, movimento que não vem para apagar os rastros da colonização e fingir que ela nunca existiu, mas sim resgatar a cultura e a história desses povos.

O pensamento decolonial reflete sobre a colonização como um grande evento prolongado e de muitas rupturas e não como uma etapa histórica já superada [...]. Deste modo quer salientar que a intenção não é desfazer o colonial ou revertê-lo, ou seja, superar o momento colonial pelo momento pós-colonial. A intenção é provocar um posicionamento contínuo de transgredir e insurgir. O decolonial implica, portanto, uma luta contínua. (COLAÇO, 2012, p. 8, apud ANDRADE, 2018, p. 3).

Vale ressaltar, ainda, que quando damos a Mandala qualidade de objeto matemático, o fazemos por meio de nossa perspectiva atual. Sendo assim, estamos fazendo o que Gerdes (2012) chama de descobrir a Matemática escondida, ou seja, atribuir significados matemáticos a objetos culturais que são utilizados no cotidiano dos povos africanos esta Matemática muitas vezes é desenvolvida de maneira implícita e não intencional.

Vamos, portanto, tentar retratar o aspecto simbólico das Mandalas que está presente na cultura africana e resistiu até os dias de hoje, contudo em alguns casos não temos certeza se nossa interpretação corresponde à mais adequada, pois a ação de culturas dominantes eliminou fontes que poderiam permitir esse conhecimento. Podemos dizer que a arte africana está bastante atrelada as tradições e aos mitos das comunidades, além de possuir um vínculo intrínseco com a religiosidade, conectando o material com o imaterial, o mundo físico ao intocável.

A **arte africana** representa os usos e costumes das tribos africanas. O objeto de arte é funcional e expressam muita sensibilidade. Nas pinturas, assim como nas esculturas, a presença da figura humana identifica a preocupação com os valores étnicos, morais e religiosos. (PORTAL DA CULTURA AFRO-BRASILEIRA, s/d)

Esta preocupação não é diferente com as Mandalas, visto que ,nas diversas culturas em que ela está inserida, relacionam-se com desejos de positividade e intenções de bem-estar, ou seja, as Mandalas ligam o material ao imaterial.

A Mandala é um elemento milenar cujo significado comum é o bem com a vida e com o que nos rodeia. Podem ser figuras baseadas em geometria sagrada, com a utilização de símbolos, desenhos, cores, números e palavras.

Podem vibrar de fora para dentro e dentro para fora [...] São também conhecidas como círculo sagrado ou mágico. Agradáveis de contemplar, prendem o olhar com as suas formas e cores, causando sensações de harmonia e paz. (BARRIOS; LAVALL; FRANZ, 2015, p. 1)

Em seguida, mostraremos a possibilidade de utilizar Mandalas como estampa em tecidos e as motivações que levam a utilização dessas figuras para o povo .

A Mandala como estampa em tecidos

Um possível contato com as Mandalas africanas está presente nas estampas étnicas, essas estampas estão relacionadas com a história e cultura africana e ajudam a identificar povos ou tribos que pertencem a um mesmo grupo étnico (povo, tribo, familiares etc.).

Sendo assim, essas Mandalas, figuradas em estampas, não são simples desenhos irrelevantes, mas são desenhos que dão a esses grupos subsídios para conseguirem reconhecer e se relacionar com seus pares. Para os africanos não é simplesmente uma peça de vestuário ou um adorno, são estampas que transcendem o nosso entendimento.

Em cada Mandala confeccionada é possível observar traços da personalidade de quem a criou, [...] assim, a cultura visual ganha corpo em todos os espaços, da política à economia, do social ao cultural, permitindo conexões de informações e conhecimentos, aproximando povos e culturas em suas características e contradições. (BARRIOS; LAVALL; FRANZ, 2015, p. 2).



Figura 1: Estampa em Formato de Mandala.
Fonte: Mandalla Arte Visual.

Mandala e o Jogo de Búzios.

O jogo de Búzios pode ser definido como uma espécie de oráculo, onde as respostas às perguntas feitas são atribuídas aos Guias (ou Entidades, ou Orixás) considerados divindades para as religiões africanas.

Nessa atividade são colocados adereços, cujo alinhamento circular assemelha-se a figura de uma Mandala, como já mencionado anteriormente, nossa intenção não é justificar as razões que levam a essa disposição e não outra, mas o fato da escolha levar a uma figura que vislumbra uma Mandala nos faz refletir acerca da importância dessa organização dos objetos.

Uma forma bastante comum do jogo de búzios é a que utiliza uma peneira como base. Esta peneira estará coberta por um pano branco, em redor da peneira deverão ser colocadas as guias, que são colares de contas com as cores dos orixás, formando um círculo, em seu interior poderá conter outros objetos, que complementam a magia, moedas, pedras e outros amuletos que representam os orixás. (RAMOS, 2006, p. 178).



Figura 2: Jogo de Búzios.

Fonte JR Marques Jogo de Búzios

A Mandala e as oferendas às entidades.

As oferendas são presentes que os fiéis às religiões africanas acreditam estar entregando as divindades, chamados também de Ebós. Segundo Ramos (2006), as oferendas podem ser realizadas para homenagear, fazer pedidos, agradecer, enfim, podem ser utilizadas de acordo com a necessidade do devoto e podem conter objetos dos mais diversos, velas, alimentos, roupas, bebidas, bijuterias, ou seja uma infinidade de coisas, sempre atrelado a solicitação antecipada do Guia, por meio religiosos mais antigos que conseguem manter contato com as divindades.

Essas oferendas também costumam ter uma disposição pré-determinada, observando a imagem abaixo podemos perceber que há elementos que nos levam a perceber similaridades com as Mandalas.



Figura 3: Oferenda ou Ebó.

Fonte: Zezé de Oxalá centro africano



Figura 4: Oferenda/ Ebó.

Fonte: Umbanda eu curto

Danças africanas

Outras representações onde podemos perceber a disposição circular como nas Mandalas são nas danças africanas. Das quais temos exemplos como a capoeira, jongo e umbigada, também chamadas de danças circulares, são muito populares no Brasil.

Nessas danças, os participantes se posicionam formando um grande círculo, se revezando ao centro para lutar, dançar, brincar, enfim socializar. Percebemos que

há grande preocupação com o figurino, o que deixa a representação ainda mais próxima da classificação de Mandala.



Figura 5: Dança de Roda – Jongo.

Fonte: Grupo de Capoeira Regional Porto da Barra.



Figura 6: Capoeira

Fonte: Satya Yoga

Enfim, podemos perceber que não só a Mandala, mas o formato circular é permeado de significados místicos para os povos africanos, sendo utilizada em uma grande diversidade de representações artísticas, culturais e religiosas, contudo, segundo a literatura, quando tratamos dos significados da Mandala de origem africana

nossas referências são poucas e talvez não consigam demonstrar toda a amplitude de seu significado.

3.2. Mandalas nas áreas do conhecimento.

Mandalas e as Artes

De acordo com as observações realizadas, percebemos que a Mandala é objeto relevante para várias áreas do conhecimento. Com o uso dos Mandalas é possível estudar História, Matemática, Artes, enfim as Mandalas possuem potencial que possibilita e justifica utilizá-las em quase todas as áreas do conhecimento.

Enxergamos as Mandalas, então, como objetos que permitem estudar conceitos de maneira a transitar entre as diversas áreas do conhecimento, refletindo as perspectivas defendidas por uma educação que é pensada de maneira interdisciplinar. Portanto, podemos dizer que existe a possibilidade de conexão entre as diversas áreas do conhecimento a partir da investigação de uma mesma produção humana.

Na realização da busca por referências que tratavam das Mandalas em uma relação com outras áreas do conhecimento, encontramos trabalhos como “Forma e Arquétipo: um estudo sobre as Mandalas” de Ramos (2006), que faz uma abordagem bastante abrangente em relação “*as inúmeras circunstâncias em que a Mandala se apresenta ao mundo da forma*”. Trazendo uma vertente relacionada as Artes, o trabalho mostra inúmeros momentos e situações em que há incidência da Mandala em representações.

Para Ramos (2006), a Mandala se resume a figura do círculo, atribuindo a ela todas as qualidades e características do círculo, tanto como objeto filosófico e imaterial, quanto como ferramenta servindo ao mundo físico.

O Círculo e a Espiral estiveram desde sempre ligados às nossas tendências à simbolização e linguagem. A Espiral, segundo valores de transformação e movimento. O Círculo como integridade, ordem, hierarquia e centro. [...] Mesmo quando o círculo assume seu caráter de “função” através dos discos, engrenagens, e hélices, é possível pensar em seu caráter simbólico. Tais ferramentas só são possíveis em decorrência das possibilidades inatas à sua (e só à sua) morfologia. Experimente-se colocar um eixo de rotação em outro ponto do círculo que não seja seu centro, por exemplo. A Roda só funciona porque o apoio de onde emana toda a força de tração e dinamismo está no centro. (RAMOS, 2006, p. 249).

Ainda sob um viés artístico destaca-se, ainda o trabalho de Sousa (2012), que tem como foco elaborar uma amostra artística de Mandalas construídas por seus alunos na disciplina de Artes, evento que foi realizado após um levantamento dos saberes prévios dos alunos.

Observando apenas esses dois trabalhos, houve uma grande mobilização de conhecimentos de diversas áreas que geraram as discussões, isto é, estes trabalhos suscitaram uma grande quantidade de possibilidades de abordagens interdisciplinares relacionando Artes a uma variedade de áreas.

Mandalas e a Matemática.

Como objeto para o ensino de Matemática, encontramos alguns trabalhos, todos voltados a Geometria e a percepção de elementos geométricos pertencentes a Mandala.

Yamada (2013), traz uma perspectiva voltada à formação de professores, onde propõe a aplicação de uma atividade e a análise dos resultados a posteriori, onde o objetivo da atividade, segundo ela, foi:

[...] tornar a experiência com o desenho geométrico mais prático e concreto, foi proposta uma atividade de geração de Mandalas, utilizando como princípio construtivo os pontos obtidos a partir da divisão da circunferência em partes iguais. (YAMADA, 2013, p.01).

Já Souza, Quartieri e Marchi (2017) idealizaram seu estudo relacionando Geometria e Artes de maneira bastante explícita, pensando no encontro e nos pontos em comum das duas disciplinas. O trabalho tem como objeto final a construção de Mandalas, que foram construídas de maneira intuitiva, utilizando dobras e cortes em folhas, ou seja não foram previstos momentos para uso de régua e compasso na construção das Mandalas.

Enfim, os outros trabalhos que tratam da Mandala como tema central trazem uma perspectiva relacionando Artes e Geometria, focando na construção e observação de elementos geométricos pertencentes a Mandala.

Conforme mencionado anteriormente, as possibilidades para uma abordagem interdisciplinar utilizando as Mandalas são muitas, além das já mencionadas,

chamamos a atenção ainda, para a Arquitetura, a Psicologia Analítica e as representações religiosas, como mostram as figuras a seguir.



Figura 7: Catedral de Notre Dame.
Fonte Tempo de Mandala



Figura 8: Catedral de Lisboa
Fonte: Urbanarts



Figura 9: Primeira Mandala de Carl Jung – Psicanálise
Fonte: Tempo de Mandala

Enfim, a literatura acerca das Mandalas nos mostra que esse objeto tem muitos atributos que valem a pena ser mostrados e, ainda, investigados. Outra informação que julgamos importante é que, embora tenhamos percebido que existem muitas outras possibilidades para uma abordagem utilizando Mandalas, nosso foco ficou em abordagens que já foram investigadas por outros autores e que se mostram possíveis em sala de aula.

Como nossa intenção principal é apresentar uma sequência de atividades utilizando as Mandalas no processo de ensino e aprendizagem, as informações expostas nesta seção sugerem, ainda, possíveis relações interdisciplinares.

4 MANDALAS COMO TEMA PARA ENSINO DE SIMETRIAS

4.1. As Mandalas e a Geometria.

Em meio aos estudos que Paulus Gerdes realizou na África, mais precisamente em Moçambique, ele pôde verificar que existia muita Geometria envolvida com as atividades cotidianas do povo, na construção de objetos, casas, adereços etc. Gerdes (2012) cita, como exemplo, os artesãos da cidade que usam, mesmo que intuitivamente, conceitos geométricos na montagem de cestos e chapéus de palha de maneira a otimizar essa construção. Segundo o autor, nessas construções é possível discutir ângulos, padrões e regularidades, revestimento do plano, ou seja, as possibilidades são várias.

Para Gerdes (2012), uma das perspectivas da Etnomatemática deve ser exatamente a preocupação com a identificação de conceitos matemáticos no cotidiano dos povos, suas construções, arquitetura, decoração, enfim, esses detalhes além de contar a história de um povo trazem muitos conceitos que possibilitam que discutamos elementos de Matemática, bem como de outros temas.

O artesão quando constrói seu cesto pode não estar preocupado com Geometria, mas sua construção, além de funcional, deve estar pautada em noções geométricas, pois de certa forma o que garante o sucesso dessa construção é a geometria nela empregada.

Na nossa análise de formas geométricas de objetos tradicionais (moçambicanos)...colocamos a questão: por que estes produtos materiais possuem a forma que têm? Para responder a esta questão, aprendemos as técnicas usuais de produção e tentamos variar as formas. Daí surgiu que as formas destes objetos quase nunca são arbitrárias, mas possuem geralmente muitas vantagens práticas, e constituem, muitas vezes, a única solução possível ou a solução ótima de problemas de produção específicos, como nos exemplos que demos. As formas tradicionais refletem experiência e sabedoria acumuladas. Constituem uma expressão não só de conhecimento biológico e físico acerca dos materiais que são usados, mas também de conhecimento matemático. (GERDES, 2012, p. 71)

Nesse contexto, as Mandalas surgem como nosso objeto do cotidiano, carregado de história e disseminado em diversas culturas. Nosso propósito será mostrar as possibilidades de aplicar conceitos geométricos nessas construções.

Com o intuito de mostrar as possibilidades para a Mandala na Geometria, selecionamos conteúdos que são ministrados na Educação Básica, para isso nos atentaremos a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) como documento norteador. Listamos abaixo os conceitos Geométricos que tratam de elementos existentes na Mandala, traçando um paralelo entre ela e a Geometria.

Quadro 1 – Conhecimentos Geométricos encontrados na Mandala.

Ensino Fundamental II	
Ano/série	Conteúdo
6 ^o	Ângulos: noção, usos e medida;
7 ^o	Simetrias de translação, rotação e reflexão. Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero;
8 ^o	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação;
9 ^o	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo.

Fonte: Elaborada pelos autores a partir da BNCC.

Podemos verificar, por meio do quadro anterior, que existem muitos conceitos geométricos na BNCC que nos permitem utilizar Mandalas como objeto didático, contudo nosso enfoque nesse trabalho será o tópico de “Simetrias”, estudado no 7^o ano do ensino Fundamental II. Essa escolha ocorreu, além de por vários fatores já mencionados, devido à possibilidade de pensar na observação como principal atividade no estudo desse conceito, ou seja, pensamos em um conceito em que as perspectivas visuais dão conta de traduzir as características inerentes ao conceito estudado.

Essa escolha reflete, ainda, os ideais e premissas da Matemática Visual, que indicam que o uso de representações visuais melhoram significativamente o desempenho da matemática, mesmo quando tratamos apenas de números e cálculos, e que o treinamento visual ajuda na percepção dos alunos mais do que o treinamento numérico, pois o primeiro está ligado à compreensão pela observação (BOALER, 2017).

Sequência de atividades envolvendo Simetrias e as Mandalas.

Etapa escolar: 7º ano do Ensino Fundamental

Unidade temática: Geometria.

Objeto de conhecimento: Simetrias

Habilidade: (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.

Tempo estimado: 08 aulas de 45 minutos

Objetivos:

- Conhecer os tipos de simetria no plano;
- Reconhecer as diferentes simetrias existentes nas Mandalas;
- Utilizar as Simetrias para construir Mandalas utilizando o software Geogebra;
- Construir Mandalas utilizando régua e compasso no papel quadriculado, articulando os conhecimentos das aulas anteriores;
- Reconhecer e utilizar os conceitos de Simetria em diversos contextos.

Recursos utilizados: laboratório de informática, software Geogebra¹, folhas de papel quadriculado, compasso, régua, transferidor, Mandalas impressas e lápis colorido.

Organização da sala: levando em consideração as competências 9 e 10 das dez competências gerais da BNCC, percebemos que a educação básica deve ter a preocupação com:

9- Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários. (BRASIL, 2018, p. 10)

¹ Geogebra versão classic: software de matemática dinâmica, disponível em www.geogebra.org.

Ou seja, percebemos que há uma recomendação para exercitar a empatia, a coletividade, a solidariedade e o trabalho em grupo de maneira a propiciar aos estudantes uma vivência socioemocional e cultural saudável.

Sugerimos, então, que a sala de aula seja dividida em grupos de 4 a 5 alunos, levando em consideração os níveis de proficiência de cada estudante, ou seja, a sala deverá ser agrupada de modo que os grupos tenham alunos que tenham condições de interagir com as mesmas habilidades desenvolvidas, mas em níveis de conhecimento diferentes de modo que implique na heterogeneidade dos grupos, mas que traga a possibilidade de trabalharem coletivamente.

Outro ponto relevante ao pensarmos nos agrupamentos em sala de aula deve considerar o bom relacionamento entre os alunos que formarão o mesmo grupo, pois ao não se atentar a este detalhe corre-se o risco de colocar toda a atividade a perder, na resolução de conflitos que podem ser antecipados pelo professor.

Vale ressaltar que os agrupamentos de alunos devem ter como primeiro critério o conhecimento, que devem ser próximos, mas que no entanto possam, a partir de uma tarefa ajustada aos seus saberes, terem problemas para discutirem e resolverem, outro critério que deve-se levar em consideração diz respeito a boa relação entre os alunos,[...] possuem suas diferenças e suas pequenas inimizades temporárias, nesses casos o professor deve analisar com cuidado, pois ao invés de se constituírem em agrupamentos produtivos, na verdade a lógica vai ao contrário de tudo isso.(BARROS, S/ data, p. 11)

O trabalho em grupos garante, ainda, que os estudantes fortaleçam a atividade protagonista diante dos desafios, pois trocam ideias entre si e conseguem externar o que pensam para os colegas, além disso, juntos os estudantes conseguem discutir e deduzir estratégias diferenciadas e assim construir caminhos diversificados para se chegar aos resultados, mas implica também o saber lidar com opiniões distintas e a negociação para se chegar a um ponto comum, ou seja, a socialização e a empatia representadas pela BNCC.

Os alunos, assim, têm a oportunidade de tornar-se mais confiantes e participar com engajamento na resolução das atividades. Para Barros (s/d), ao agrupar seus alunos o professor consegue exercer com maior competência a habilidade de mediador, ou seja, deixa de ser percebido pelos alunos como único detentor e

transmissor de saberes, pois oportuniza aos estudantes a chance de serem os protagonistas no processo de aprendizagem contribuindo assim para a construção do saber coletivo da turma.

O trabalho com os agrupamentos produtivos considera que os alunos têm saberes diferentes e pressupõe um trabalho em um sistema de ensino que possibilite que esses saberes sejam compartilhados, discutidos, confrontados, modificados, e que, ao mesmo tempo, possam trocar seus saberes relacionados aos conteúdos, como ainda pensar em estratégias para a resolução da situação problema demandada pelo professor, analisar os diferentes pontos de vista para realizar generalizações e negociar em um acordo que represente o grupo (BARROS, s/d, p. 2)

Barros declara, ainda, que o professor ao dar maior autonomia aos seus alunos consegue se atentar com mais frequência e qualidade aos alunos com maior dificuldade., pois esse professor tem seus alunos como parceiros no processo de ensino/aprendizagem permitindo-lhe perceber e intervir nos casos de alunos que necessitam de maior atenção.

[...] o professor não assume o papel de mero, nem o único, informante em sala de aula, ou é visto por seus alunos como aquele que compartilha informações e fatos com a turma[...]. Além disso, os próprios alunos assumem o papel central neste processo, como seres humanos que tem algo a dizer e a contribuir para a construção do conhecimento quando organizados em pequenos agrupamentos. (BARROS, s/d, p. 2)

Enfim, os agrupamentos demonstram ser um grande facilitador no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem, além de se mostrar uma grande possibilidade na interação e na produção de conhecimento dos estudantes .

Levantamento de conhecimentos prévios – 02 aulas

Pensando em uma sequência de atividades, consideramos necessário realizar uma discussão inicial com os alunos acerca dos termos relacionados às Simetrias com a intenção de perceber o que os alunos já conhecem em relação a esses termos, pois segundo a competência 6 das competências gerais da BNCC, uma das funções da educação básica deve ser “valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais”. (BRASIL, 2018)

Sendo assim, em um primeiro momento seria interessante questioná-los a respeito de termos próprios pertencentes a esse objeto, por exemplo, simetria, eixo de simetria, reflexão, translação e rotação. Nesse primeiro momento é importante que os alunos coloquem suas impressões pessoais, que discutam sobre os momentos em que ouviram falar desses termos, inclusive ao tratar de rotação e translação alguns estudantes podem relacioná-los às aulas de Ciências e aos movimentos da Terra.

É interessante citar e ouvir os exemplos de objetos onde se percebe a simetria. E no momento de falar sobre reflexão, citar a observação de fenômenos de ótica relacionadas a espelhos, como facilitador no momento de construir ou perceber a reflexão.

Depois dessa primeira discussão, é necessário aperfeiçoar os detalhes e fazer as correções necessárias em relação à definição matemática de cada um dos termos que serão utilizados durante a realização das próximas atividades.

Ainda nesse primeiro momento e após definir sistematicamente cada um dos termos relacionados ao estudo das simetrias, é importante apresentar aos alunos exemplos de figuras, fotografias ou objetos pertencentes à sala de aula, para que os alunos possam visualizar e identificar cada um dos critérios definidos anteriormente. Seguem definições e imagens como sugestão para se trabalhar com os estudantes.

Simetria: as simetrias são transformações no plano onde são mantidos os formatos iniciais de uma figura qualquer dada e que preservam as distâncias entre os pontos que a determinam, bem como a medida de seus ângulos. Nessa transformação, também denominada Isometria, as imagens das figuras inicial e final são congruentes e a única coisa que se altera entre elas após a transformação é a posição.

Começamos por esclarecer o que entendemos por simetria de uma figura: trata-se de uma transformação que preserva distâncias (diz uma isometria) e que envia a figura exatamente sobre si própria: não deve ser possível distinguir a imagem inicial da final. (ASSOCIAÇÃO ATRACTOR, p.32, 2016).

Uma outra sugestão é que o professor faça uma abordagem voltada ao uso das ferramentas do *Geogebra* e por meio da construção cheguem as definições dos conceitos de Simetrias. Segue, construção realizada no software *Geogebra* que

representa essa relação existente entre as figuras 1 e 2, como sugestão para apresentar aos alunos.

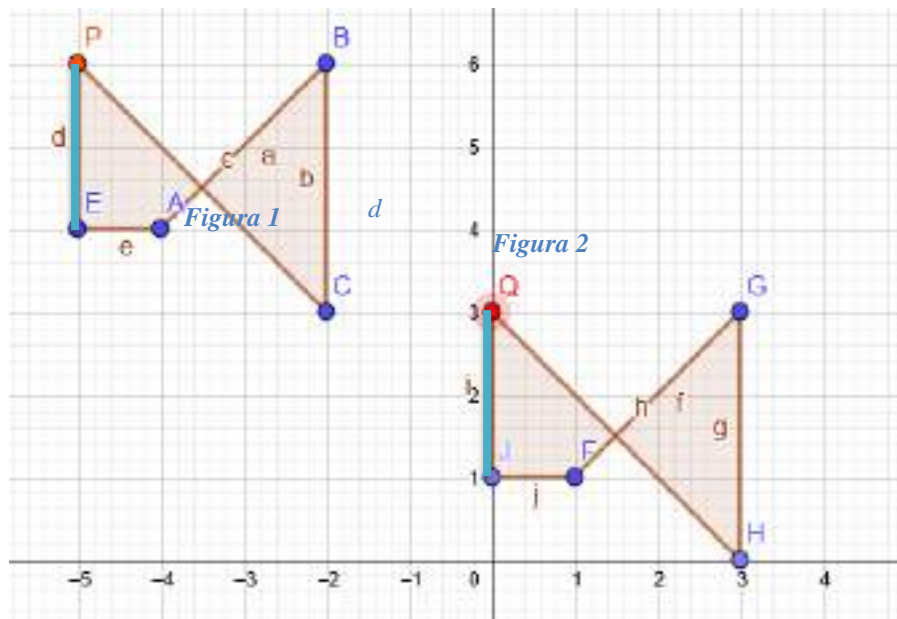


Figura 10: Simetria construída no Geogebra
Fonte: Elaborada pelos autores

Na construção realizada no Geogebra, perceba que os segmentos PE e QJ possuem o mesmo tamanho, assim como todos os segmentos os segmentos que formam a figura 1 são do mesmo comprimento que os seus ‘*simétricos*’ na figura 2, assim como os ângulos determinados pela figura 1 são idênticos aos formados pela figura 2, ou seja, a única diferença entre as duas figuras é a posição que se encontram antes e depois da transformação.

Simetria Axial ou de reflexão: Simetria que é identificada levando-se em consideração um eixo de simetria, ou seja, nesta transformação há um segmento de reta a partir do qual o que se tem de um lado do segmento é simétrico ao original, mostrando assim a noção de reflexo. Observe exemplos a seguir:



Figura 11: Simetria de Reflexão encontrada na Natureza.
Fonte: Blog Fabiana e a arte

De maneira análoga podemos, ainda, observar a Simetria de Reflexão por meio de construção realizada no Geogebra, conforme mostram as figuras 12 e 13.

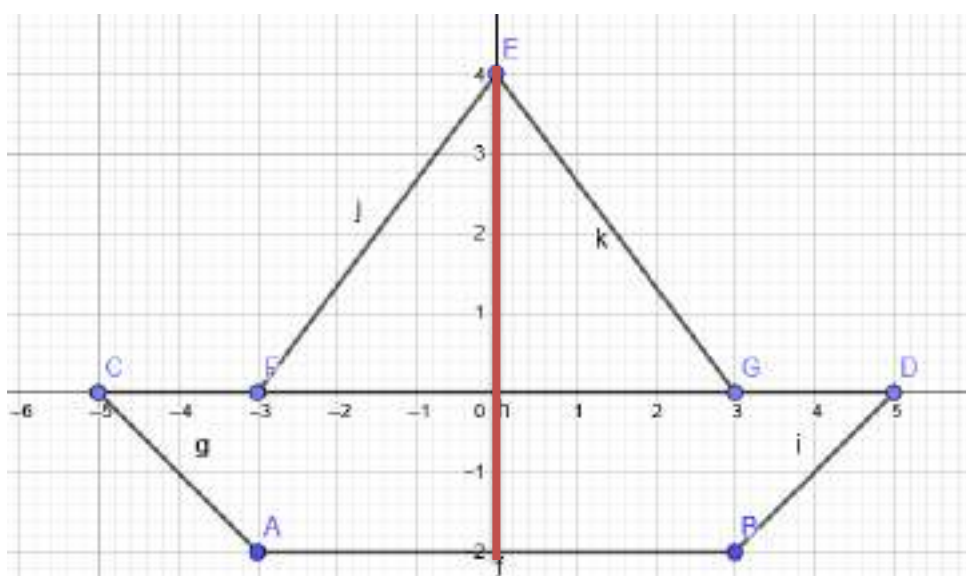


Figura 12: Simetria de Reflexão e Eixo de Simetria construído no Geogebra.
Fonte: Elaborado pelos autores

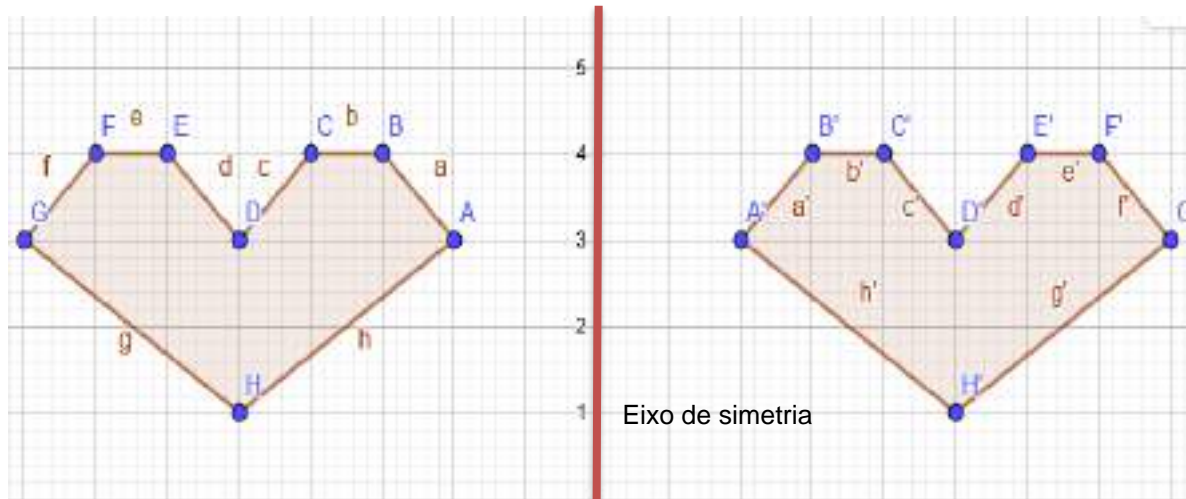


Figura 13: Eixo de Simetria construído no Software Geogebra
Fonte: Elaborado pelos autores.

Simetria de Translação: é a simetria que prevê um deslocamento da figura original. Segue abaixo um exemplo desenvolvido no *Geogebra*.

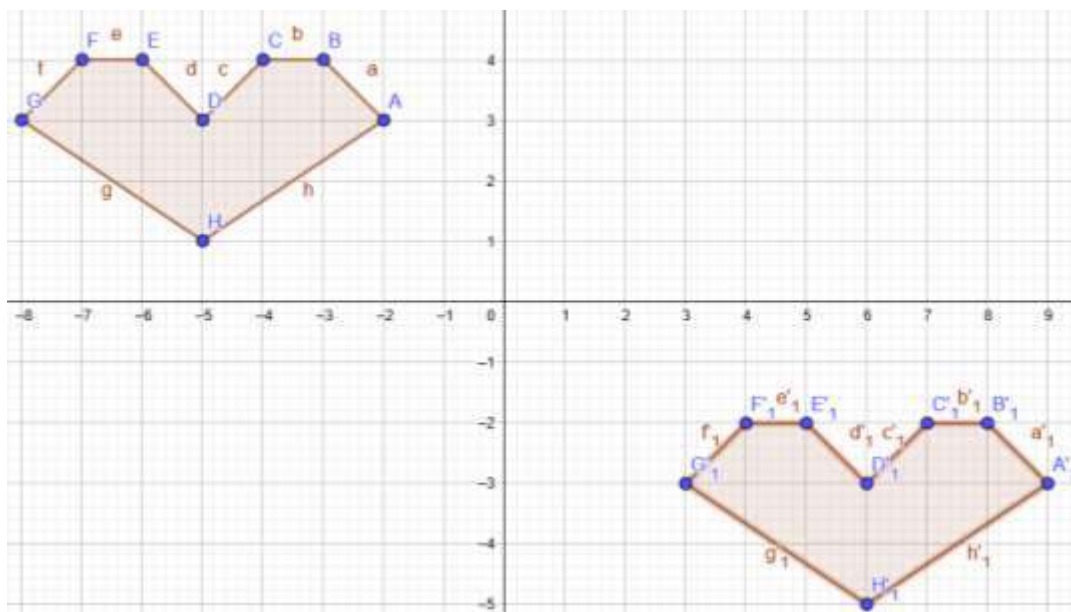


Figura 14: Simetria de Translação construída no Geogebra
Fonte: Elaborado pelos autores

A translação é uma Simetria que prevê uma movimentação tanto vertical quanto na horizontal da figura original, como mostra a figura 14. Ou seja, pensando em uma movimentação no plano cartesiano, onde cada ponto da figura é composto por um par ordenado podemos representar essa transformação como o resultado da soma das coordenadas de um par fixo (m, n) às respectivas coordenadas da figura. Sendo

assim, se os pontos da imagem inicial são determinadas por (x, y) uma translação possível pode ser definida por $(x + m, y + n)$, com m e n números reais ($m, n \in \mathcal{R}$).

Simetria de Rotação: é a transformação, cuja figura é girada em torno de um ponto fixo segundo um ângulo θ entre 0° e 360°

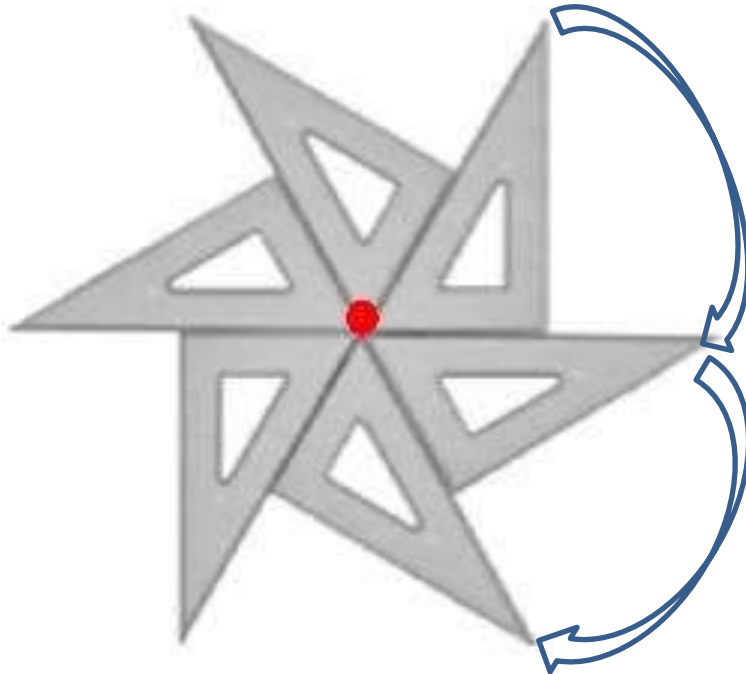


Figura 15: Simetria de Reflexão $\theta = 60^\circ$

Fonte: aaa.lusoaloja.com/ISOMETRI/115.JPG

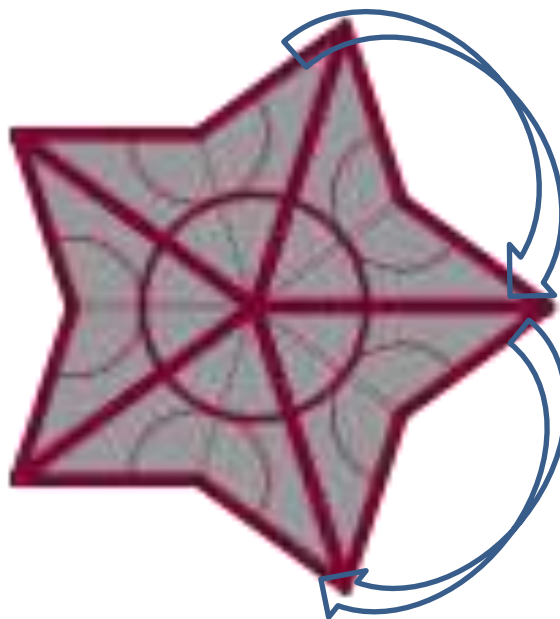


Figura 16: Simetria de Translação $\theta = 72^\circ$

Fonte: Wikipédia

E, de mesmo modo, podemos construir um exemplo de simetria de rotação no software Geogebra.

Simetria de Rotação construída no software Geogebra $\Theta = 60^\circ$.

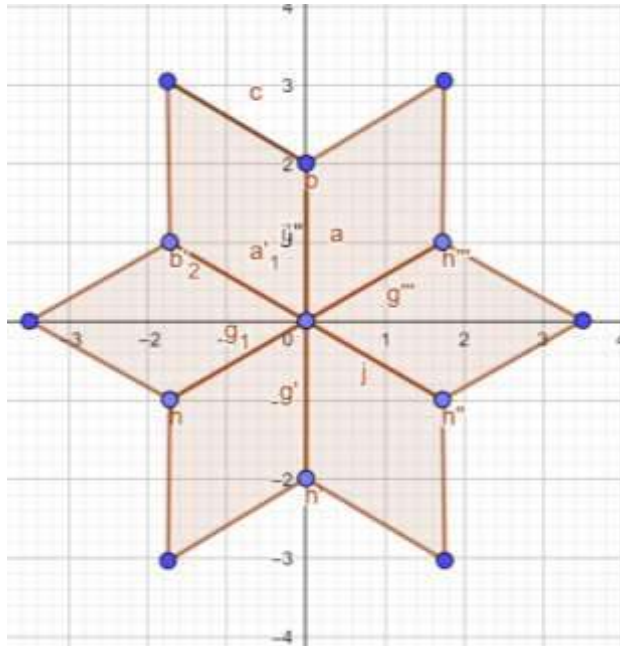


Figura 17: Simetria de Rotação construída no software Geogebra $\Theta = 60^\circ$
Fonte: Elaborado pelos autores.

Vale ressaltar que aqui seguem apenas sugestões de uma abordagem inicial do tema, o professor conhecendo sua turma fará a abordagem da maneira que achar melhor, ou seja, escolherá se focará inicialmente em uma definição e abordagem apenas teórica e com exemplos, ou se trabalhará as definições em conjunto com as construções. Lembramos, ainda, que o trabalho pautado nas construções demanda conhecimento de algumas ferramentas do Geogebra, portanto, o Apêndice traz a descrição detalhada das construções apresentadas nesta seção.


Utilizando Mandalas para encontrar Simetrias – 02 aulas.

Partindo da atividade anterior, sugerimos que neste momento o professor apresente as Mandalas para os alunos, definindo o percurso e objetivo da atividade que se inicia. Essa amostra pode ser realizada por meio de projeção para os estudantes, de modo que o professor questione os alunos acerca das simetrias estudadas até o momento e a presença delas como atributo das Mandalas. as Mandalas.


É importante não esquecer de contextualizar o conceito de Mandala destacando sua importância dentro da cultura afro-brasileira, mostrando aos alunos a razão dessa escolha em relação a outras possíveis abordagens sobre as simetrias que aparecem nos documentos oficiais e nos materiais dispensados aos alunos.

Vale destacar aos alunos que alguns desses materiais dispostos nos documentos oficiais trazem exercícios de aplicação direta do conceito e raramente mostram uma discussão crítica acerca dos conteúdos ou mesmo do contexto para se aplicar determinado conceito matemático e quando trazem alguma contextualização ela se torna vazia em seu significado como mostram alguns exemplos destacados de avaliações externas da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo.


As figuras a seguir representam objetos do dia a dia. Observe.




Vaso



Banco



Controle Remoto



TV 21''

Qual das figuras possui simetria axial?

(A) Controle remoto.

(B) **Banco.**

(C) Vaso.

(D) TV 21''

Figura 18: Exercício da A. A. P. 9ª edição/2015- Simetria de Reflexão
Fonte: Avaliação da Aprendizagem em Processo – 7º ano

Observe a calota da roda do automóvel na figura ao lado.

Esta calota apresenta simetria de rotação em relação ao seu centro.

A medida do ângulo que determina a simetria de rotação desta calota é

(A) 45°

(B) 50°

(C) **60°**

(D) 90°




Figura 19: Exercício da A. A. P. 9ª edição/2015. Simetria de Rotação.
Fonte: Avaliação da Aprendizagem em Processo.

Assim, as Mandalas possibilitam uma visão abrangente, embora a ideia central de nosso trabalho seja ensinar simetrias, podemos fazê-lo de maneira a suscitar em nossos alunos questões que os levem a pensar criticamente em relação ao conhecimento produzido de maneira não intencional por povos de origem não europeia. Além disso, podemos motivar discussões referentes aos motivos que levam a obrigatoriedade do ensino de cultura Afro-brasileira nas escolas brasileiras.

Em seguida, o professor deve entregar as Mandalas impressas aos estudantes e orientá-los para que determinem (seguem sugestões no Anexo):

- As simetrias existentes:

Verificar se a Mandala apresenta elementos simétricos e destacá-los de alguma maneira (com lápis colorido, circulando etc.).

- Os eixos de Simetria:

Identificar os eixos de Simetria e traçá-los com régua e lápis.

- Os tipos de simetria:

A partir dos eixos traçados e das discussões realizadas com os colegas, classificar os tipos de simetria existentes na Mandala, inclusive ao perceber simetria de rotação com o auxílio de um transferidor medir o ângulo de simetria.

Enfim, é importante que o professor dê voz aos alunos e assim consiga perceber a compreensão que tiveram durante a atividade, que os motive a falar e expor aos colegas as conclusões a que chegaram e que assim comparem e consigam, eles mesmos perceber onde erraram ou acertaram, vislumbrando o protagonismo dos estudantes por meio da investigação e argumentação. Além disso, os alunos devem perceber que nas Mandalas e Simetrias são quase que indissociáveis e que esse é um atributo que demonstra a razão da escolha dela em relação a outros recursos. Nesse momento o professor pode até retomar a discussão que propomos no início desse tópico dando ênfase a mais essa motivação para a escolha da Mandala.

4.2. Utilização das Simetrias para construir Mandalas no software Geogebra – 02 Aulas.

Para dar início a esta atividade sugerimos que o professor verifique as condições dos computadores em sua escola, em relação a quantidade, funcionamento e se possuem o software Geogebra. Este momento é importante, pois evitará contratempos durante a aula, se por acaso os computadores não possuírem o software, existem duas possibilidades para se desenvolver as atividades, a primeira seria fazer o download nos computadores, lembrando que o software é gratuito, a segunda opção é utilizar o software online, as duas possuem os mesmos recursos, para uso online o endereço é <https://www.geogebra.org/classic?lang=pt> ou para download <https://www.geogebra.org/download?lang=pt>.

Sugerimos, ainda, que o professor proponha aos alunos que em um primeiro momento todos construam a mesma Mandala, seguindo um roteiro das ferramentas que serão utilizadas no Geogebra na construção das Mandalas de fácil acesso aos alunos, para isso o professor pode utilizar projeção ou folhas impressas. Posteriormente o professor pode sugerir que os alunos utilizem as ferramentas aprendidas para construir a sua própria Mandala.

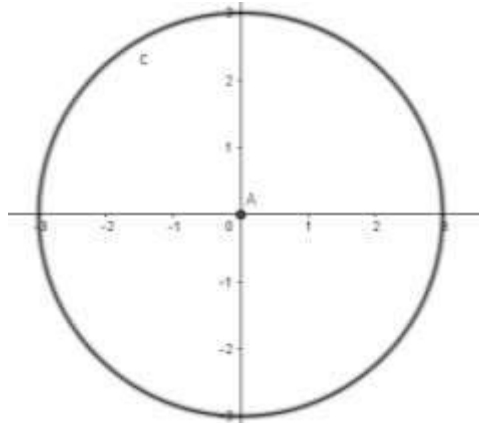
Um exemplo de roteiro é apresentado a seguir, para servir como modelo para que o docente e seus alunos possam descrever a construção de suas Mandalas.



Roteiro:

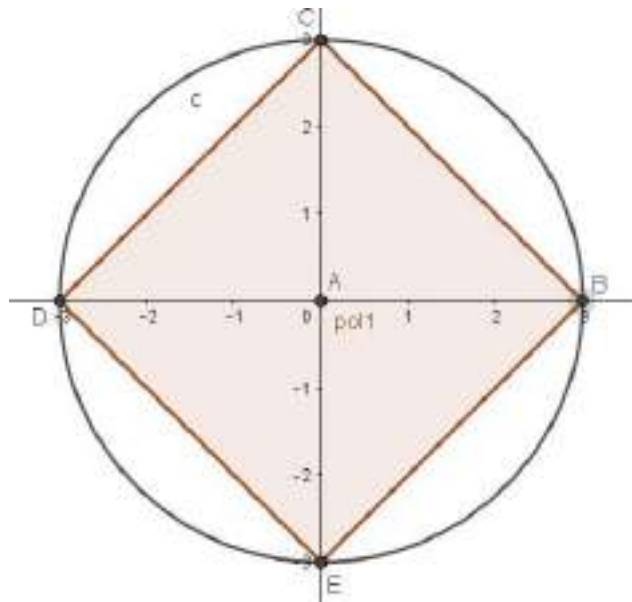
1º - Começaremos por traçar o círculo, utilizando o botão a seguir na barra de ferramentas:





Observe que são dadas várias possibilidades e dentre elas selecione *círculo dados centro e raio*, e trace a circunferência atribuindo um ponto para o centro e o valor para o raio (no exemplo da figura seguinte, o centro é (0,0) e o raio 3).

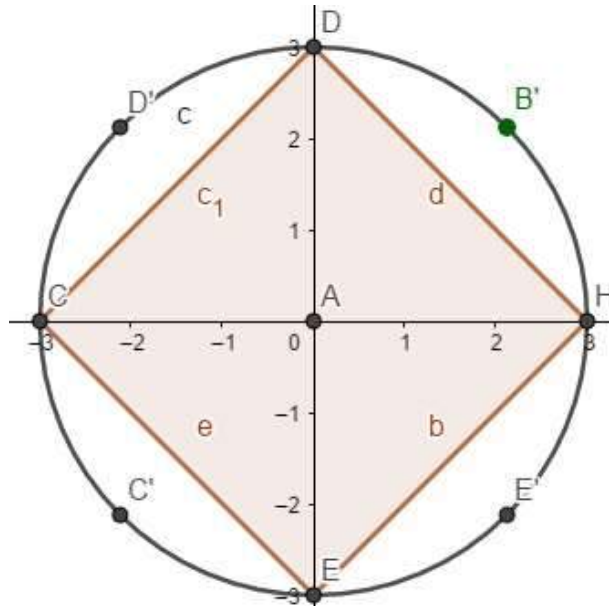



2º - Selecione o botão polígono , na opção *polígono regular*  e construa o quadrado inscrito *pol1* (selecionando como primeiro vértice o ponto (3,0), como segundo, o ponto (0,3) e informando a quantidade de lados igual a 4). Essa construção garante que o diâmetro da circunferência corresponda à diagonal do quadrado.

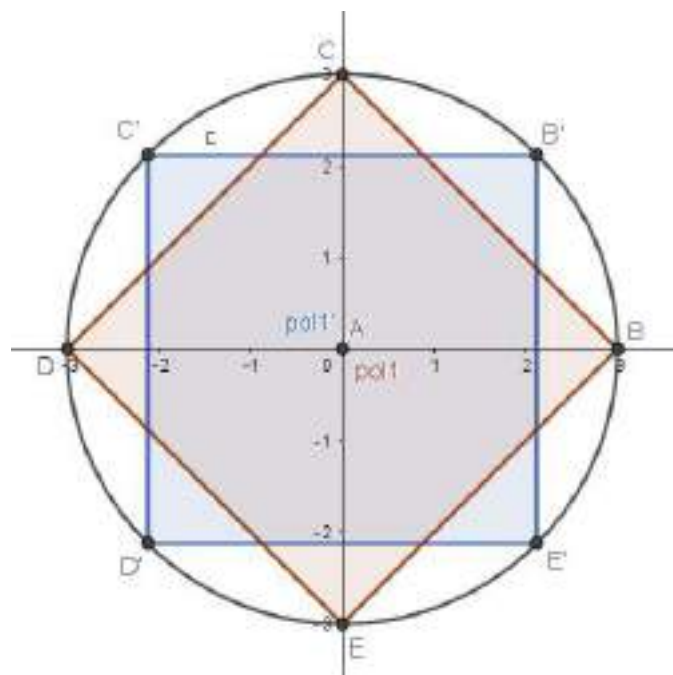




3º - Utilizando o menu simetria  na opção *“rotação em torno de um ponto”* , clique sobre um dos vértices e no centro do sistema, em seguida selecione a opção 45º na caixa de diálogo que irá surgir, repita o procedimento para

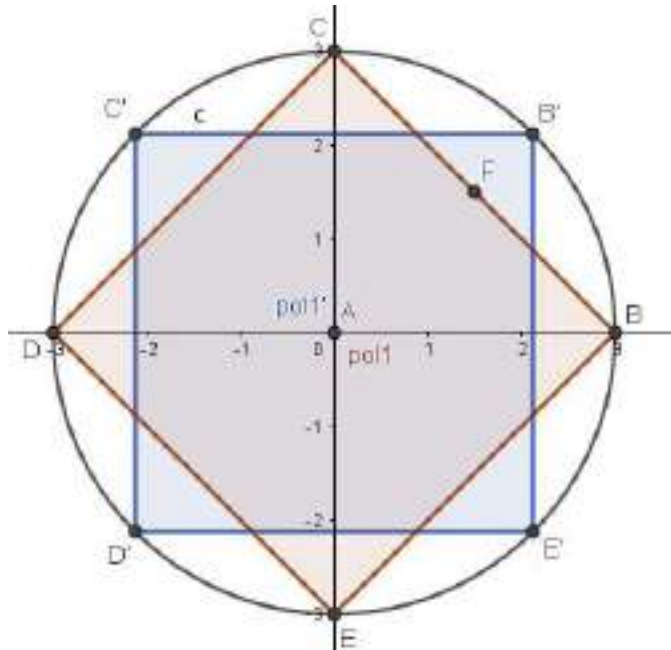
os três vértices restantes do quadrado. Esse procedimento irá rotacionar todos os vértices do quadrado 45° em torno do centro.




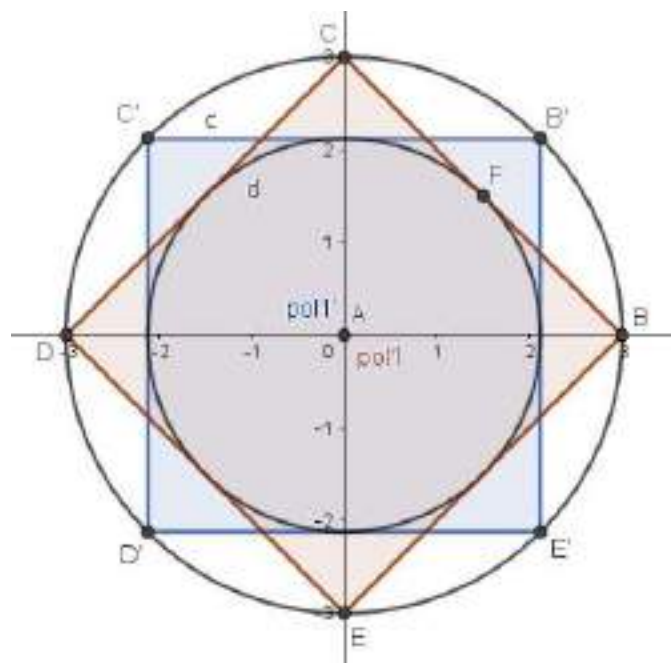
4º - Utilizando o menu reta  na opção “segmento”, ligamos os pontos deslocados anteriormente, formando um novo quadrado, rotacionado 45° em relação ao quadrado anterior.




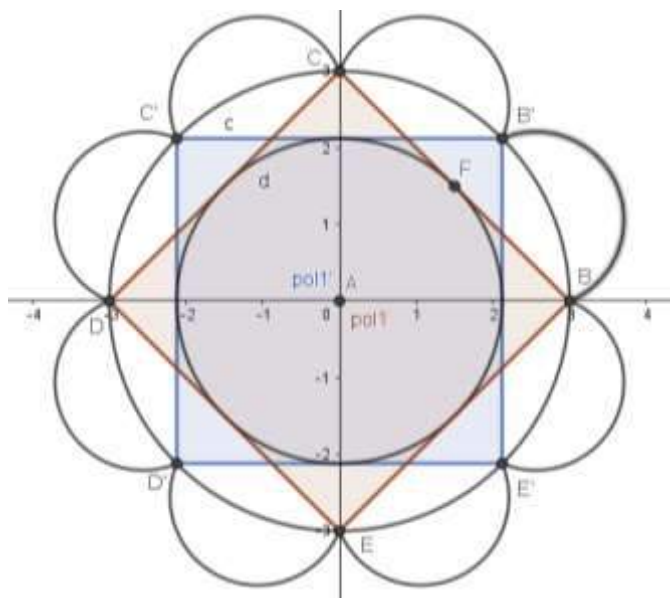
5º - Utilizando o menu ponto  na barra de ferramentas, selecione a opção *ponto médio ou centro* , marque os pontos médios dos segmentos representados pelos lados do primeiro quadrado desenhado (como exemplo, o ponto F).




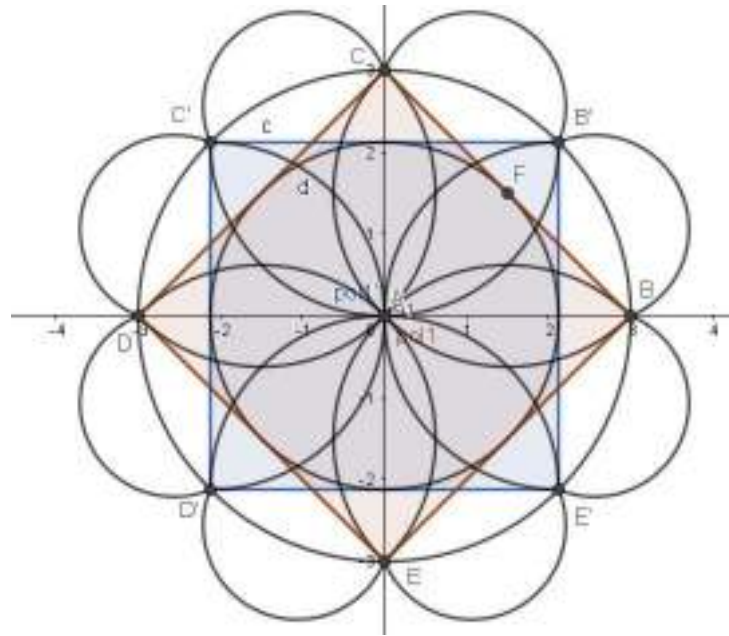
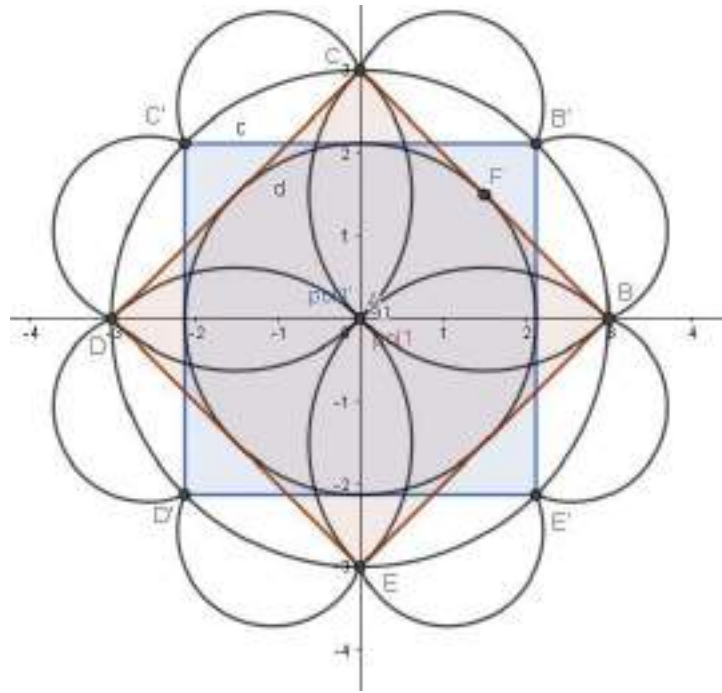
6º - Selecione na barra de ferramentas o botão  e trace a circunferência inscrita aos quadrados (clcando inicialmente no centro do sistema e, em seguida, no ponto F):



7º - Na barra de ferramentas selecione semicírculo no botão  e trace os semicírculos externos à circunferência inicial e que unem os vértices dos quadrados, selecionando dois pontos, no sentido horário (os pontos escolhidos são, alternadamente, vértices do quadrado *pol1* e *pol1'*, por exemplo, B e E):



8º - Na barra de ferramentas selecione semicírculo no botão  e trace os semicírculos que ligam internamente dois vértices consecutivos de um mesmo quadrado. Faça isso nos dois quadrados, selecionando os pontos no sentido anti-horário (por exemplo, B, depois C ou B', depois C').



Temos assim, um exemplo de Mandala e o professor pode aproveitar esse momento para sugerir aos alunos a construção de outras Mandalas de formatos diferentes e que utilizem a criatividade de seus alunos. Para finalizar essa atividade, vale ressaltar a importância de que nesse momento haja uma discussão ressaltando as propriedades que nos possibilitam dizer que nessa figura existem Simetrias.

Sugerimos que nesse momento os alunos possam socializar com os colegas as conclusões a que chegaram para que discutam e elaborem suas conclusões a partir do entendimento entre pares, o professor deve auxiliar, esclarecendo o significado de alguns termos e propriedades, quando necessário, mas também permitir que possam levantar suas próprias hipóteses. Dessa maneira o estudante consegue desenvolver um olhar crítico frente à Matemática e perceber as necessidades que levam ao desenvolvimento, conjunto de habilidades que levam ao desenvolvimento das Competências 1 e 2, Específicas para Ensino de Matemática no Ensino Fundamental, previstas pela BNCC.

1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. (Brasil, 2018, p. 267)

Em seguida, proponha que construam a mesma Mandala que construíram utilizando régua e compasso, seguindo as orientações descritas a seguir.

4.3. Construção da Mandalas utilizando régua e compasso – 02 aulas.

Sugerimos ao professor que oriente os alunos com antecedência em relação ao material necessário para realização da atividade, e, se houver o material na Escola, deixe à disposição dos alunos.

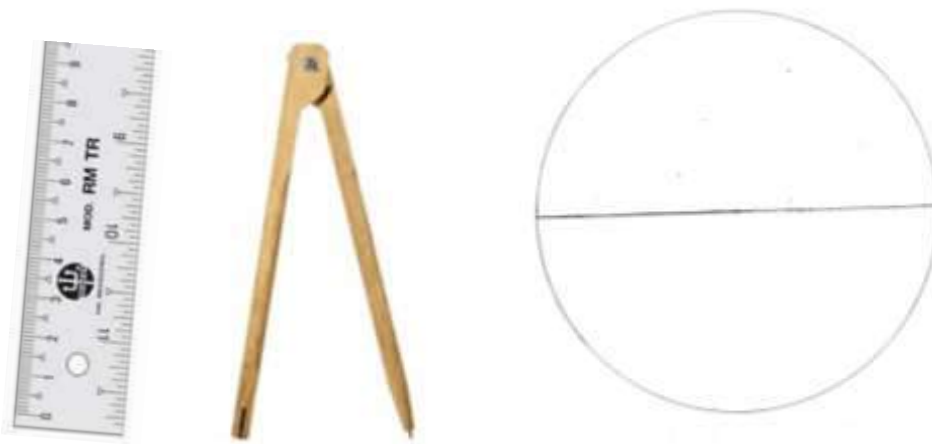
Para realizar a construção os alunos devem seguir as comandas do professor para construir passo a passo Mandala construída anteriormente. E, ao final, cada um poderá pintar suas Mandalas, explorando o aspecto estético do trabalho produzido.

A seguir, apresentamos todas as construções, com as descrições detalhadas, identificando conceitos de Desenho geométrico como: determinação de perpendicular, inscrição e circunscrição de polígonos.

Vamos a construção:

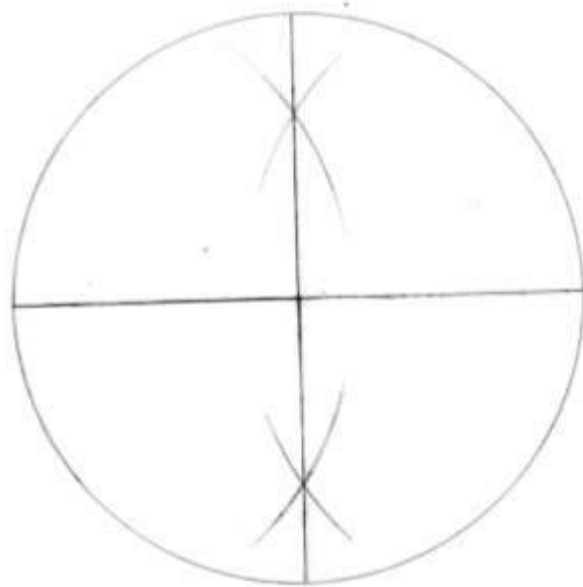
1º - Abra o compasso com 7 centímetros, (ou maior se preferir), trace a circunferência de raio 7 centímetros;

2º - Marque o centro da circunferência e com a régua trace um diâmetro;

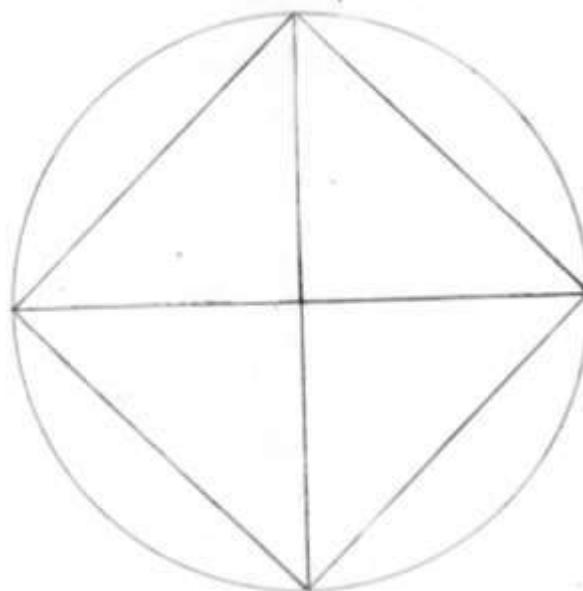


3º - Com a régua trace a perpendicular ao diâmetro passando pelo centro da circunferência (outro diâmetro), para isso centre o compasso em um dos pontos de intersecção do segmento que representa o diâmetro com a circunferência com abertura maior que o seu raio e trace dois arcos de circunferência, um de cada lado do diâmetro. Repita o procedimento para o outro ponto de intersecção, perceba que os arcos de circunferência se interceptaram em um ponto. Ligue esses pontos passando pelo centro da circunferência. Esse segmento é o outro diâmetro da circunferência ele é perpendicular ao primeiro diâmetro passando por seu centro (mediatriz do segmento e diâmetro da circunferência).

Depois marque os pontos de intersecção entre as duas circunferências traçadas e trace a reta que passa por eles, determinando assim o outro diâmetro perpendicular ao inicial.

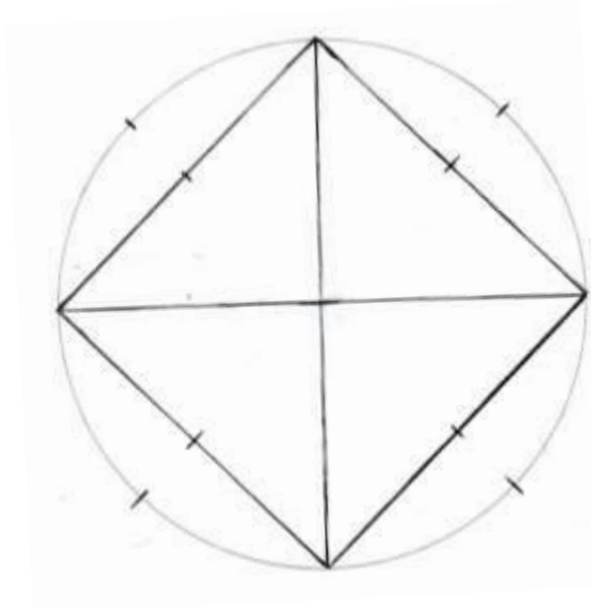
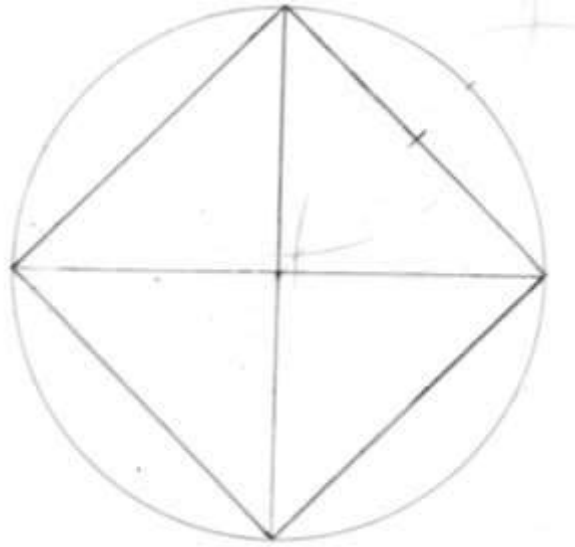


4º - Marque os pontos de intersecção entre os diâmetros e a circunferência e ligue-os formando um quadrado (apague as circunferências auxiliares);

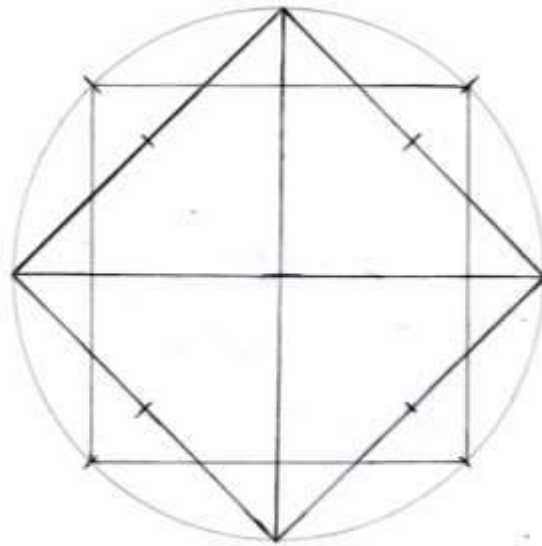


5º - Com o compasso centrado em um dos vértices do quadrado e com abertura de medida maior que a metade do lado do quadrado, traçamos um arco de circunferência. Tomando um vértice consecutivo ao inicial repetimos o procedimento anterior. Marcamos os dois pontos de intersecção entre as circunferências e traçamos o segmento que liga os dois pontos. O ponto de intersecção desse segmento com o lado do quadrado determinará o ponto médio deste lado e do arco formado por esses dois vértices, marque esses pontos.

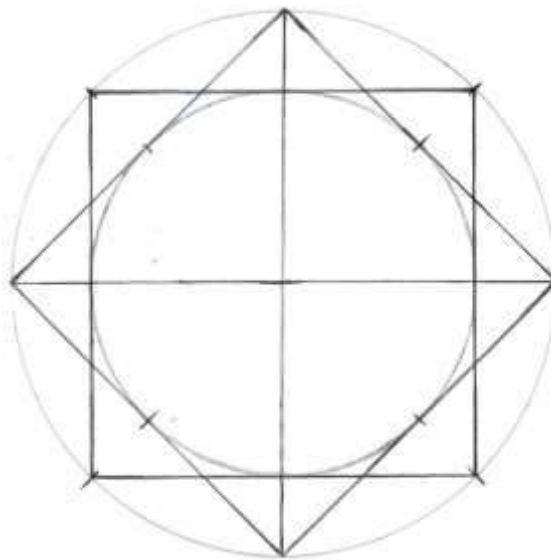
Por transporte de segmento, transportamos essa medida, por meio do compasso, para cada um dos lados do quadrado. Ou reproduza o procedimento anterior para todos os lados do quadrado;



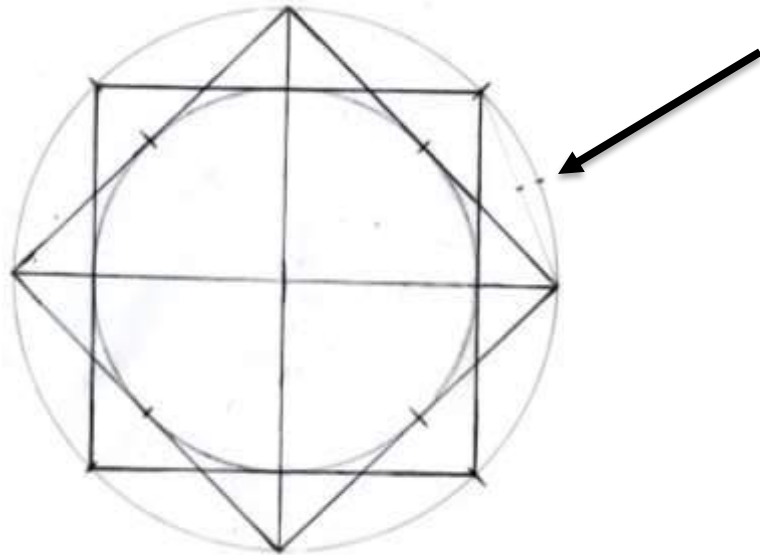
6º - Ligue os pontos que foram marcados na circunferência, formando o quadrado 2 que é a rotação em 45° do anterior;



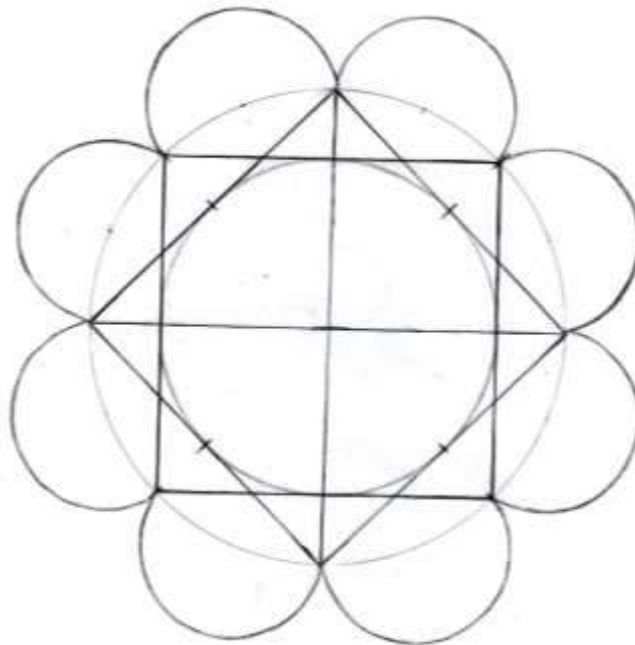
7º - Com o compasso centrado no centro da figura e com abertura sobre um dos pontos médios dos lados do quadrado (L por exemplo) e trace a circunferência inscrita aos quadrados;



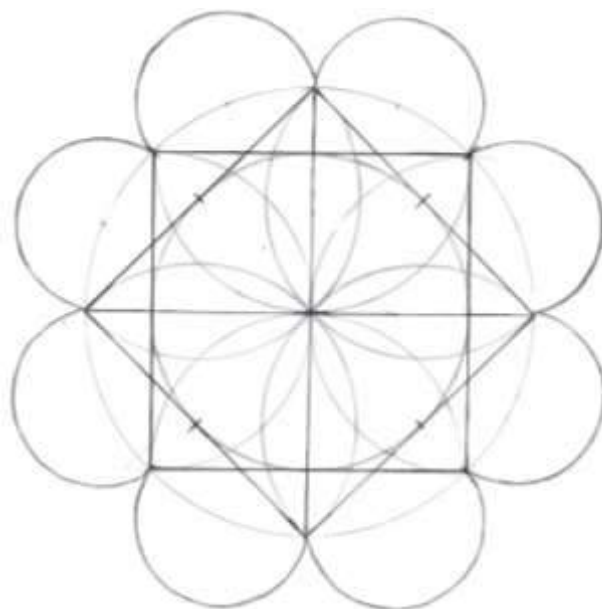
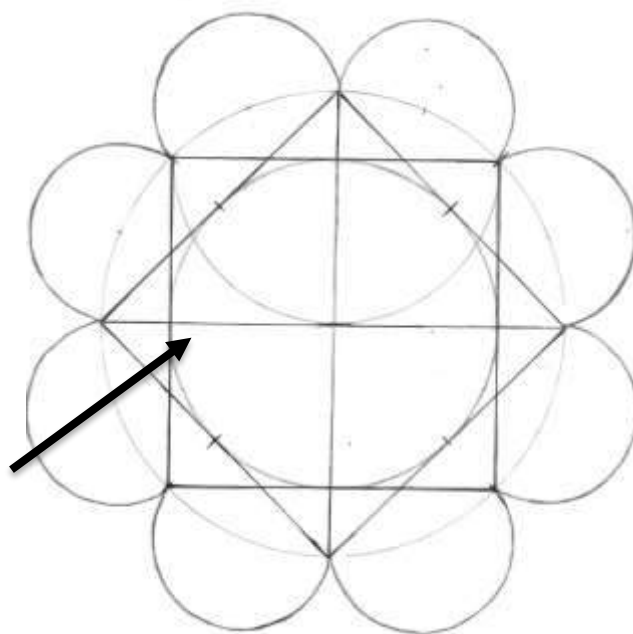
8º - Com a régua ligue dois vértices consecutivos pertencentes a quadrados diferentes um pertencente a cada quadrado formando um segmento de reta e marque o ponto médio desse segmento (utilize o procedimento descrito no passos 5);



9º - Com o compasso centrado no ponto médio do segmento, traçamos a semicircunferência externa a circunferência inicial, com extremidades nos vértices dos quadrados e reproduzimos esse procedimento para todos os vértices os quadrados, lembrando que as semicircunferências são todas congruentes;



10º - Como os pontos médios dos lados dos quadrados já estão marcados, basta escolhermos um deles para traçarmos a semicircunferência. Escolhendo um lado qualquer e seu ponto médio, centramos o compasso no ponto médio com abertura igual a metade da medida do lado do quadrado, traçamos a semicircunferência E reproduzimos o procedimento para todos os lados dos dois quadrados.



A partir da construção com régua e compasso, podemos sugerir algumas discussões ou questionamentos aos alunos, por exemplo, em relação a praticidade das ferramentas tecnológicas como o software de Geometria dinâmica Geogebra utilizado na primeira construção e a preferência de uma ou outra maneira de construir a Mandala. Os estudantes podem listar em tópicos os fatores positivos e negativos de cada construção e depois socializar com a turma.

Enfim após a finalização da atividade, com o objetivo de organizar os temas estudados, sugerimos que os alunos construam uma nuvem de palavras ou mapa conceitual referente ao conceito estudado.

Essa atividade é importante, pois permite aos alunos resgatarem os conceitos mais importantes estudados durante a aplicação da atividade, outra sugestão é que esse mapa conceitual ou nuvem de palavras seja feito no material de uso diário do aluno (caderno, material apostilado, etc.,), em virtude de estar ao fácil acesso do aluno sem que ele necessitar consultá-lo.

4.4. Avaliação dos alunos.

Em relação a avaliação, pensamos em um processo contínuo que leva em consideração o processo formativo dos estudantes e todo o percurso que permeia a realização das atividades. Isso não quer dizer que nossa avaliação será subjetiva, pelo contrário temos claros os objetivos que o aluno deve alcançar em cada momento do desenvolvimento da sequência de atividades, sendo esses objetivos os mesmos que já foram elencados neste trabalho.

Em cada momento da atividade, temos a possibilidade de perceber e refletir se os alunos ainda possuem dúvidas, intervindo com o conhecimento pedagógico adequado, sempre que necessário, nesse sentido se torna ainda mais importante o diálogo entre e com os alunos, pois só assim nós professores conseguiremos identificar possíveis equívocos.

Na atual conjuntura educacional, especificamente no contexto brasileiro, a tarefa de regular a aprendizagem do aluno a partir de observações e produções processualmente sistematizadas tem cedido espaço para registros simplificados, representados quantitativamente e que, por vezes, desprezam aspectos qualitativos do processo de aprendizagem. Assim, revela-se um modelo de avaliação baseado na constatação de resultados e não em intervenções pedagogicamente estratégicas, capazes de auxiliar e conduzir apropriadamente o educando em seu caminho na construção de conhecimentos socialmente relevantes. (LORDÉLO, ROSA, SANTANA, 2010, p.15)

Pensando ainda nessa perspectiva levamos em consideração a concepção de que nem todo indivíduo percebe os conceitos de mesma maneira e temos que levar em conta que, dada essa percepção diferenciada, não podemos montar uma avaliação com questões pré-definidas e iguais para todos. Embora os sistemas de ensino ainda sejam injustos em traduzir todo um percurso de aprendizagem em uma prova que por fim refletirá em uma nota, cabe a nós professores tentarmos quebrar esse paradigma e fazer da avaliação um processo que seja o mais justo possível, onde o importante não é o que o aluno sabe, mas o que ainda falta a ele descobrir.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossa intenção com este trabalho era subsidiar ao professor que leciona nos anos finais do Ensino Fundamental uma abordagem diferente das já existentes para ensinar o conceito de Simetrias no plano, para isso utilizamos a estratégia da observação e construção de Mandalas. Fizemos, ainda, um levantamento inicial de seu contexto histórico e das possíveis aplicações das Mandalas nas outras áreas do conhecimento o que nos permite reiterar que se trata de uma importante ferramenta, que permite aos professores realizarem um desenvolvimento de habilidades coletivo. Quando falamos, por exemplo no movimento de decolonização, o professor de História pode abordar o tema da colonização e da escravização do povo africano e de como se dava o domínio dos povos Europeus em detrimento dos povos dominados.

Ainda desse contexto, percebemos, também, uma grande quantidade de conceitos Matemáticos que nos possibilitam empregar a Mandala como estratégia de aprendizagem, portanto deixamos como sugestão para futuras pesquisas algumas possibilidades à utilização das Mandalas. São elas a Trigonometria, Inscrição e Circunscrição de Polígonos ou mesmo na investigação de conceitos geométricos existentes nas Mandalas.

Como possíveis encaminhamentos desta pesquisa, pensamos na aplicação desta sequência de atividades como oficina aos professores das redes Estadual ou Municipal, pois assim podemos demonstrar um caminho diferente para o ensino de Simetrias, e o desenvolvimento de uma pesquisa a posteriori da aplicação da sequência de atividades em sala de aula, traçando um comparativo com os materiais já existentes, embasando, assim uma pesquisa quanti-qualitativa.

Outro aspecto que julgamos importante mencionar está associado a ordem das atividades propostas, que pode ser invertida pelo professor. Pode-se pensar em uma organização onde a construção com régua e compasso anteceda a construção no Geogebra, até porque os alunos ao terem contato inicial com a ferramenta tecnológica podem se sentir desmotivados para realizar a construção com régua e compasso.

Enfim, enfatizamos que nossa intenção foi sugerir uma maneira diferente de ensinar Matemática, fazendo de nossos estudantes cidadãos críticos que possam

transpor o paradigma da Matemática como ciência da exatidão, podendo assim enxergá-la como uma ciência humana que pode surgir ou evoluir, ora pela necessidade e intencionalmente, ora aleatoriamente e de maneira não intencional.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO ATRACTOR. **Simetria**: uso do programa GeCla como ferramenta didática. Revista de Ciência Elementar. Casa das Ciências v. 4. Faculdade de Ciências, Universidade do Porto. Porto. 2016.

BARRIOS, Andressa Farias; LAVALL, Natália Ávila; FRANZ, Silvio. **O uso das Mandalas e estampas africanas no desenvolvimento da percepção visual**. 14ª Mostra da Produção Universitária – FURG. Rio Grande. 2015.

BARROS, M. **A organização dos alunos para as situações de recuperação das aprendizagens: Uma conversa sobre agrupamentos produtivos em sala de aula**. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica – CGEB. São Paulo. [entre 2008 e 2020].

BOALER, J. **Seeing as Understanding**: The Importance of Visual Mathematics for our Brain and Learning. Journal of Applied & Computational Mathematics. Stanford Graduate School of Education & Stanford Cognitive & Neuroscience Lab, Stanford University, USA. 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei 11645/08**. Brasília, DF, 2008.

GERDES, Paulus. **Etnomatemática**: Cultura, Matemática, Educação – Coletânea de textos – 1979-1991. Moçambique. ISTEAG. 2012.

LÔRDELO, J. A. C; ROSA, D. L; SANTANA, L. A. **Avaliação processual da aprendizagem e regulação pedagógica no Brasil: implicações no cotidiano docente**. In: Revista Entreideias: Educação, Cultura e Sociedade. Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia- UFBA. Salvador. v. 17, 2010.

RAMOS, Fernando da Silva. **Forma e Arquétipo**: Um estudo sobre a Mandala. Campinas. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Artes. 2006.

REIS, Mauricio de Novais; ANDRADE, Marcilea Freitas Ferraz de. O pensamento decolonial: análise, desafios e perspectivas. In: **Revista Espaço Acadêmico**. Maringá. v. 202, 2018.

SOUSA, Maria Daniela Pereira de. **Mandalas ou o círculo mágico**: uma abordagem em contexto educativo. Lisboa. Dissertação (Mestrado em Educação Artística) – Faculdade de Belas Artes, Universidade de Lisboa. 2012.

SOUZA, Mariana Baumhardt; QUARTIERI, Marli Teresinha; MARCHI, Miriam Inês. Matematicando: A Geometria nas Mandalas. In: **Revista Signos**. Lajeado. 2017.

VIEIRA, Gilberto; PAULO, Rosa Monteiro; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Simetria no Ensino Fundamental através da Resolução de Problemas: possibilidades para um trabalho em sala de aula. In: **Revista Bolema**. Rio Claro. 2013.

WENDLAND, Caroline Vanessa. **Trigonometria no ensino médio**: Jogo como recurso didático. Joinville. UFSC. 2015.

YAMADA, Thaís Regina Ueno. **A Abordagem com Mandalas na formação do professor de Matemática**. Florianópolis. Unesp. 2013.

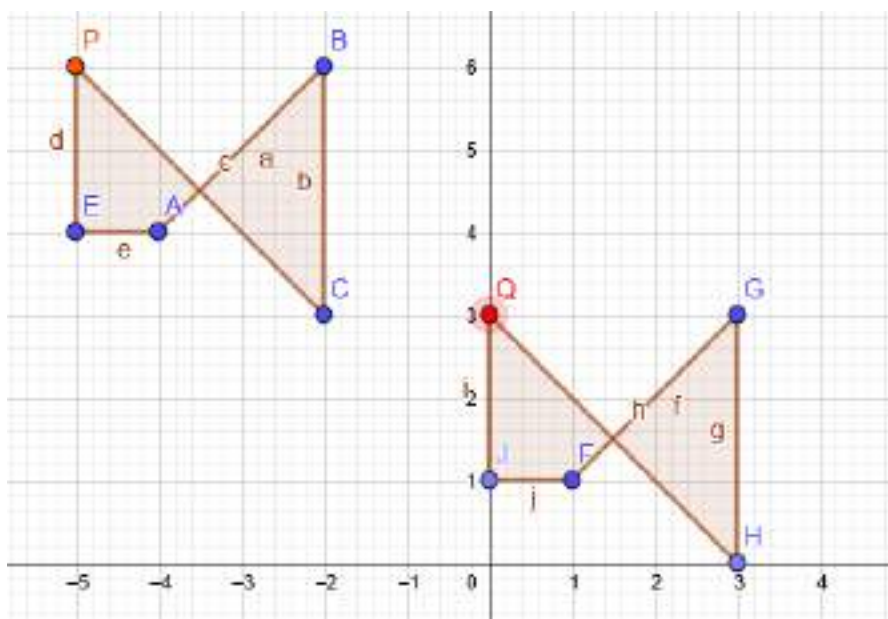
AVALIAÇÃO. **Avaliação da aprendizagem em processo**. Disponível em <https://midiasstoragesec.blob.core.windows.net/001/2019/05/aap-9-edio_caderno-do-professor_mat_7-ano.pdf> Acesso em 04/04/2020.


CULTURA. **Portal da Cultura afro-brasileira**. Disponível em <https://www.faecpr.edu.br/site/portal_afro_brasileira/2_V.php> Acesso em 20/01/2020.

MATEMÁTICA. **Visual Math melhora o desempenho de matemática**. Disponível em <<https://www.youcubed.org/resources/visual-math-improves-math-performance/>> Acesso em 18/01/2020.

APÊNDICE – CONSTRUÇÕES DOS EXEMPLOS DE SIMETRIAS.

i) Simetria



- Por meio do botão  e selecionar a ferramenta *polígono*, desenhe o polígono ABCPE, para isso basta marcar os pontos no plano que o polígono vai tomando forma, seguindo a sequência A (-4, 4) → B (-2, 6) → C (-2, 3) → P (-5, 6) → E (-5, 4) → A (-4, 4);

- Determine quantas unidades você deseja transladar o polígono desenhado vertical e horizontalmente, por exemplo, na figura o polígono é deslocado 5 unidades na horizontal e -3 unidades na vertical, ou seja, o ponto A (-4, 4) foi levado ao seu simétrico F (1, 1). Ao determinar a translação que será utilizada é interessante desenvolvê-la em cada ponto primeiro e depois marcá-los no plano.

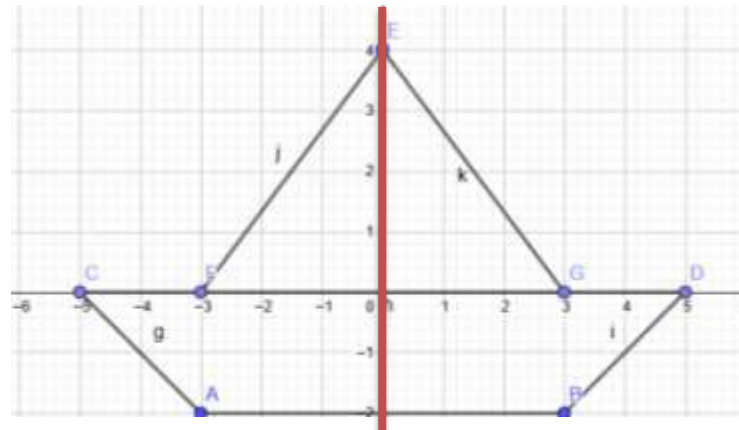
5 unidades na horizontal e -3 unidades na vertical:



$$A (-4 + 5, 4 - 3) = F (1, 1)$$

$$B (-2 + 5, 6 - 3) = G (3, 3)$$

- E assim por diante até descrever todos os pontos, depois basta retomar o procedimento descrito para traçar o polígono ABCPE.

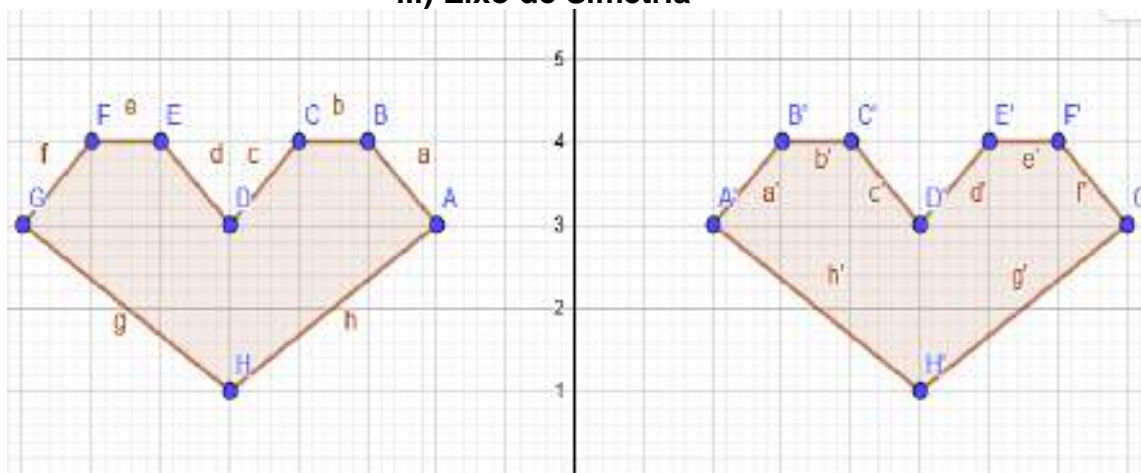
ii) Simetria de Reflexão e eixo de simetria





- Com o menu  na ferramenta *polígono* trace o trapézio ABCD de vértices A (-3, -2), B (3, -2), C (-5, 1) e D (5, 1);
- No botão , clique na ferramenta *segmento* e trace os segmentos EF e EG de coordenadas E (0, 4), F(-3, 0) e G (3, 0).

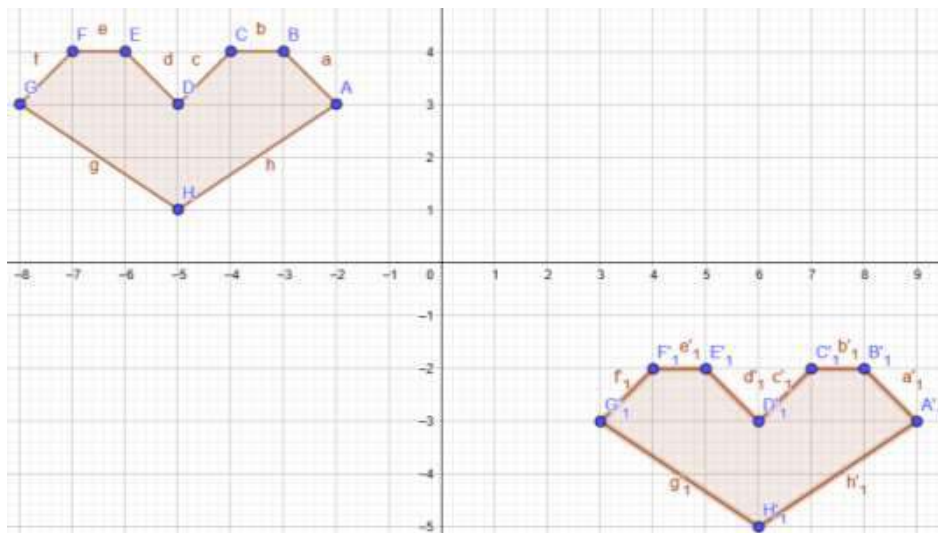
Obs.: Com as coordenadas dadas e eixo de simetria é o próprio eixo y.

iii) Eixo de Simetria



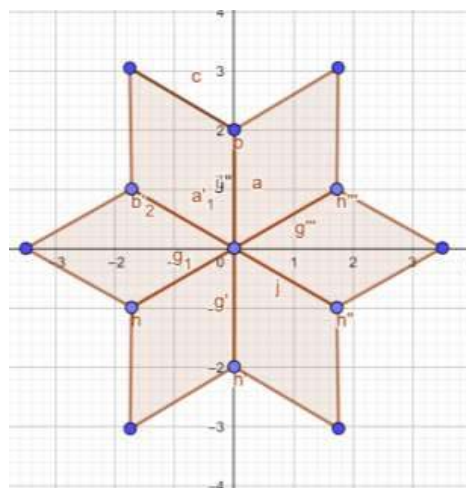
- Por meio do menu  *polígono* e através das orientações anteriores desenhe a figura (ABCDEFGH) situada a esquerda do plano de vértices A (-2, 3), B (-3, 4), C (-4, 4), D (-5, 3), E (-6, 4), F (-7, 4); G (-8, 3) e H (-5, 1);
- No menu , selecione a ferramenta *reflexão em relação a uma reta*, clique sobre o polígono desenhado e sobre a reta que sobre o qual ele deverá ser refletido, ou seja, o eixo de simetria que nesse caso é o eixo y.


iv) Simetria de Translação




As coordenadas são as mesmas do item anterior, a diferença aqui está no tipo de simetria que é de translação, ou seja, é necessário definir qual a constante que será adicionada no eixo horizontal e no eixo vertical como no item 5.1.1 e seguir as mesmas orientações dadas.

v) Simetria de Rotação



- Utilizando o menu  *polígono*, na ferramenta de mesmo nome, marcamos os vértices A (0 , 0), B (0, 2). C (-1,76; 3,04) e D(-1,73; 1);

- No menu  relacionado a transformações no plano, selecione a ferramenta *Rotação em torno de um ponto*, clique sobre o polígono desenhado e na origem do sistema cartesiano e na janela correspondente ao ângulo selecione 60° . Repita esse procedimento até formar a figura da imagem.

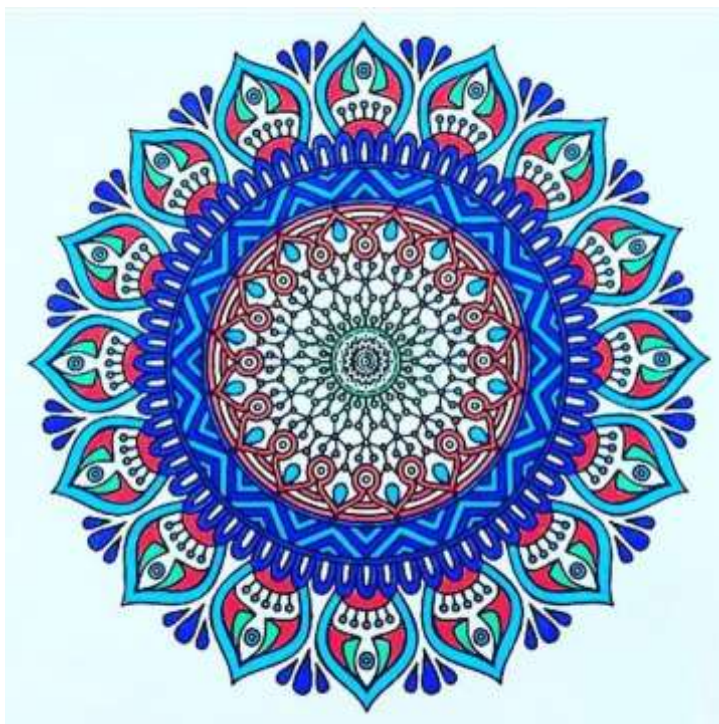
ANEXO – MANDALAS PARA EXPOR AOS ALUNOS.

Figura 20: Mandala Colorida e com figuras geométricas
Fonte: Toda matéria



Figura 21: Mandala Asteca
Fonte: Dreams Time



Figura 22: Mandala de Linha
Fonte: Mila Mandalas



Figura 23: Mandala Floral
Fonte: Freepike